कार्यालय, मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी
समग्र शिक्षा, ब्लॉक – भीण्डर, उदयपुर

संकल्प – 2022
एक अभिनव पहल

प्रश्न बैंक

गणित

कक्षा – 10

CBEO BHINDER

बोर्ड परीक्षा परिणाम में गुणात्मक एवं संख्यात्मक उन्नयन हेतु अभिनव कार्ययोजना के तहत निर्मित

मुख्य संरक्षक

कानाराम, IAS

निदेशक, माध्यमिक शिक्षा

राजस्थान, बीकानेर

एन्जिलिका पलात
संयुक्त निदेशक
स्कूल शिक्षा, उदयपुर

ओम प्रकाश आमेटा
मुख्य जिला शिक्षा अधिकारी
उदयपुर

संरक्षक

रमेश सीरवी पुनाड़िया, RAS
उपखण्ड अधिकारी
भीण्डर, उदयपुर

श्रवण सिंह राठौड़, RAS
उपखण्ड अधिकारी
वल्लभनगर, उदयपुर

मार्गदर्शन

महेन्द्र कुमार जैन
मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी, ब्लॉक भीण्डर, उदयपुर

भेरुलाल सालवी
अति मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी

रमेश खटीक
अति. मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी

गिरिश चौबिसा
संदर्भ व्यक्ति

महेन्द्र कोठारी
संदर्भ व्यक्ति

संयोजक

श्री घीसू लाल दक, प्रधानाचार्य, राउमावि दरोली

संकलनकर्ता

राउमावि, माराज की खेडी

राउमावि, मोडी

राउमावि, ढावा

राउमावि, मजावड़ा

राउमावि, बाठेडा कला

राउमावि, बाठेडा खुर्द

राउमावि, गुपड़ा

CBEO BHINDER

राजस्थान माध्यमिक बोर्ड द्वारा जारी मॉडल पत्र

प्रश्न–पत्र की योजना

कक्षा – 10th
विषय –गणित
अवधि – 2 घण्टे 45 मिनट पूर्णांक – 80

1. उद्देश्य हेतु अंकभार –

क्र.सं.	उद्देश्य	अंकभार	प्रतिशत
1.	ज्ञान	25	31.25
2.	अवबोध	30	37.50
3.	अभिव्यक्ति	15	18.75
4.	मौलिकता	10	12.50
	योग	80	100%

2. प्रश्नों के प्रकारवार अंकभार –

क्र. सं.	प्रश्नों का प्रकार	प्रश्नों की संख्या	अंक प्रति प्रश्न	कुल अंक प्रतिशत	प्रतिशत प्रश्नों का	संभावित समय
1.	वस्तुनिष्ठ	18	1	18 (22.50%)	36	35
2.	अतिलघूत्तरात्मक	12	1	12 (15%)	24	25
3.	लघूत्तरात्मक– I	13	2	26 (32.5%)	26	45
4.	लघूत्तरात्मक – II	4	3	12 (15%)	08	30
5.	निबंधात्मक	3	4	12 (15%)	06	30
	योग	50		80 (100%)	100	165

विकल्प योजना : आन्तरिक

3. विषय वस्तु का अंकभार –

क्र.सं.	विषय वस्तु	अंकभार	प्रतिशत
1	(1) वास्तविक संख्याएं	04	5%
2	(2) बहुपद	05	6.25%
3	(3) दो चरो वाले रैखिक समीकरण युग्म	09	11.25%
4	(4) द्विघात समीकरण	05	6.25%
5	(5) समान्तर श्रेणी	09	11.25%
6	(11) रचनाएँ	11	13.75%
7	(7) निर्देशांक ज्यामिति	06	7.5%
8	(8) त्रिकोणमिति परिचय	12	15%
9	(14) सांख्यिकी	15	18.75%
10	(15) प्रायिकता	04	5%
	योग :–	**80**	**100%**

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान,अजमेर
मॉडल प्रश्न पत्र माध्यमिक परीक्षा 2022
विषय– गणित
कक्षा–10

समयः 2 घण्टे 45 मिनट **पूर्णांक:80**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :–

GENERAL INSTRUCTION TO THE EXAMINEES:

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।

Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. सभी प्रश्न करने अनिवार्य है।

All the questions are compulasory.

3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर पुस्तिका में ही लिखें।

Write the answer to each question in the given answer book only.

4. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड है उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.

5. प्रश्न पत्र के हिन्दी पर अंग्रेजी रूपान्तरण में किसी प्रकार की त्रुटि/ अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें।

If there is any error/difference/contradiction in Hindi & English version of the question paper, the question of the Hindi version should be treated valid.

(खण्ड अ)
वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न–01 निम्न प्रश्नों के उत्तर का सही विकल्प चयन कर उत्तर पुस्तिका में लिखिए :–

(i) परिमेय संख्या $\frac{129}{2^5 \times 5^7 \times 5^7}$ का दशमलव प्रसार है– 1

(अ) सांत (ब) असांत (स) असांत आवृत्ति (द) असांत अनावृत्ति

(ii) निम्न में से एक द्विघात बहुपद नहीं है— 1

(अ) X^2 (ब) $X^2 - 4$ (स) $X^2 - 4X + 4$ (द) $X^3 - 3X^2 + 3X - 1$

(iii) निम्न रैखिक समीकरण युग्म के हल है $X+Y=4$, $X-Y=2$ 1

(अ) X=3 Y=1 (ब) X=1 Y=3 (स) X=Y=2 (द) X=4 Y=0

(iv) निम्नलिखित में से कौन द्विघात समीकरण को हल करने की एक विधि है— 1

(अ) गुणनखण्ड विधि (ब) पूर्ण वर्ग विधि (स) द्विघात सूत्र (द) उपरोक्त सभी

(v) समान्तर श्रेणी 4,10,16, 22.................... का प्रथम पद और सार्वअन्तर क्या होगा— 1

(अ) (10, 5) (ब) (4, 6) (स) (4, 10) (द) (6, 10)

(vi) 3.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त का व्यास होगा— 1

(अ) 6 सेमी (ब) 7 सेमी (स) 8.5 सेमी (द) इनमें से कोई नहीं

(vii) बिन्दु (—3, 5) कौन से चर्तुथांश में होगा— 1

(अ) प्रथम (ब) द्वितीय (स) तृतीय (द) चतुर्थ

(viii) $\tan 45^0 + \cot 45^0$ का मान होगा — 1

(अ) 1 (ब) 2 (स) 3 (द) 0

(ix) $\cos(90^0 - 48^0)$ का मान होगा — 1

(अ) $\sec 48^0$ (ब) $\tan 48^0$ (स) $\sin 48^0$ (द) $\cot 48^0$

(x) निम्न में से एक माध्य ज्ञात करने का सूत्र नहीं है — 1

(अ) $\frac{\sum x}{n}$ (ब) $\frac{\sum x + ah}{n}$ (स) $\frac{\sum fx}{N}$ (द) $\frac{\sum fd}{N}$

(xi) निम्न का बहुलक ज्ञात करो — 1

x	5	7	9	11
f	4	8	6	2

(अ) 9 (ब) 5 (स) 7 (द) 11

(xii) निम्नलिखित में से कौनसी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती — 1

(अ) 2/3 (ब) -1.5 (स) 15% (द) 0.7

Q-2 Fill in the Blanks :-

निम्नलिखित प्रश्नों में रिक्त स्थानों की पूर्ति करते हुए उत्तर पुस्तिका में लिखिए–

(i) यदि $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} = \frac{c1}{c2}$ हो तो समीकरण निकाय का हल .... होता है – 1

(ii) स.श्रे. 10, 8, 6, 4 .... का 7वाँ पद .... है। 1

(iii) किसी बाहरी बिन्दु से वृत्त पर .... स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती है। 1

(iv) निर्देशांक ज्यामिति में दो बिन्दुओं के बीच की दूरी ज्ञात करने का सूत्र...................... है । 1

(v) $\sin(90^0 - \theta)$ = ...

(vi) बंटन 7,4,6,3,8,5,9 की माध्यिका .... होगी। 1

भाग – अ

PART – A

प्रश्न सं. 03 अतिलघुतरात्मक प्रश्न (Very Short answer type of questions)

(i) दो संख्याओं का गुणनफल 180 है तथा महत्तम समापवर्तक 3 है तो लघुत्तम समापवर्तक ज्ञात करो ? 1

(ii) X^2+3X+1 को X-2 से भाग देने पर शेषफल ज्ञात कीजिए ? 1

(iii) बहुपद X^2-6X+7 में शून्यांकों का योग और गुणनफल लिखिए ? 1

(iv) दो चर वाले समीकरण निकाय का हल अद्वितीय होने की शर्त लिखिए ? 1

(v) द्विघात समीकरण $2X^2 + 3X+4 =0$ में मूलों का योग ज्ञात कीजिए ? 1

(vi) द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात करने के लिये श्री धराचार्य सूत्र लिखिए ? 1

(vii) किसी वृत्त की त्रिज्या और उस पर खींची गई स्पर्श रेखा के मध्य कितने डिग्री का कोण होता है ? 1

(viii) निर्देशांक (4, 3) में भुज और कोटी ज्ञात कीजिए ? 1

(ix) मान ज्ञात कीजिए $\cos 30^0 - \sin 60^0$ 1

(x) यदि $\sin 3x=1$ तो X का मान ज्ञात कीजिए ? 1

(xi) बंटन 10, 12, 8, 7, 13 का माध्य ज्ञात करो ? 1

(xii) यदि एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है तो चित और पट आने की संभावना क्या होगी ? 1

भाग — ब
PART – B

Q-4. यूक्लिड विभाजन विधि द्वारा 90 और 144 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए। 2

Q-5. द्विघात बहुपद $X^2 - 2x - 15$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। 2

Q-6. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को विलोपन विधि से हल कीजिए। 2
$2x+y = 6, \; 2x-y = 2$

Q-7. गुणनखण्ड विधि से निम्न द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए। 2
$2X^2 + X - 6 = 0$

Q-8. निम्नलिखित समांतर श्रेणी में से कितने पद है। 2
7, 13, 19, ... 205

Q-9. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएं 7 से विभाज्य है ? 2

Q-10. 5 सेमी लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए और इसे 2 : 3 अनुपात में विभाजित कीजिए ? 2

Q-11. 5 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं खींचिएं, जो परस्पर 60^0 के कोण पर झुकी हों। 2

Q-12. यदि $\sin A = \frac{3}{4}$ तो cos A और tan A का मान परिकलित कीजिए। 2

Q-13. निम्नलिखित का मान निकालिए। 2
$2\tan^2 45^0 + \cos^2 30^0 - \sin^2 60^0$

Q-14. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए। 2

प्राप्तांक	25	35	45	55	65
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

Q-15. निम्न बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए। 2

वर्ग अंतराल	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100	100–120
बारंबारता	10	35	52	61	38	20

Q-16. एक थैले में 5 सफेद व 2 लाल गेंदे है। इस थैले में से एक गेंद यादुच्छया निकाली जाती है। इसकी क्या प्रापिकता है कि निकाली गई गेंद .... होगी ? 2

(I) सफेद (II) लाल

खण्ड– स

PART – C

Q-17. यदि किसी समांतर श्रेणी के दूसरे और तीसरे पद क्रमशः 24 तथा 28 हो तो, श्रेणी के पहले 61 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए। 3

Q-18. X–अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (–2, 3) और (–3, 4) से समान दूरी पर स्थित है। 3

अथवा / OR

बिन्दुओं (11, 8) और (1, 3) को मिलाने वाली रेखा को बिन्दु (7, 6) किस अनुपात में 3

विभाजित करता है।

Q-19. $5\dfrac{\text{Sin } 17^0}{\text{Cos } 73^0} + 2\dfrac{\text{Cos } 67^0}{\text{Sin } 23^0} - 6\dfrac{\text{Sin } 15^0}{\text{Cos } 75^0}$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए – $\cos^4\theta + \sin^4\theta = 1\text{-}2\cos^2\theta\ \sin^2\theta$ 3

Q-20. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए। 3

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
fi	6	10	13	7	4

अथवा / OR

निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए। 3

वर्ग	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	85–100
fi	6	20	44	26	3	1

खण्ड– द

PART – D

Q-21. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए। 4

$3x - 5y = 1$

$2x - y = 3$

अथवा / OR

निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए। 4

$4x - 5y = 20$

$3x + 5y = 15$

Q-22. एक 10 सेमी लम्बाई का रेखाखण्ड खींचकर उसका 2 : 3 में विभाजन कीजिए। 4

अथवा / OR

AB = 5 सेमी लम्बाई का एक रेखाखण्ड खींचिए। बिन्दु B को केन्द्र मानकर 2.2 सेमी त्रिज्या का वृत्त बनाइए तथा इस वृत्त पर बिन्दु A से स्पर्श रेखाएँ खींचिए। 4

Q-23. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए। 4

वर्ग	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	85–100
fi	6	20	44	26	3	1

अथवा / OR

निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए। 4

प्राप्तांक	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
छात्रों की संख्या	5	10	12	6	3

प्रश्नावली – 1

वास्तविक संख्याएँ

1. 1095÷1168 का सरलतम रूप हैं।

अ. 17/26 | ब. 25/26

स. 13/26 | द. 15/26 **(द)**

2. निम्नलिखित में से कौनसी परिमेय संख्या को शांत दशमलव के रूप में व्यक्त किया जा सकता हैं।

अ. 7/23 | ब. 8/27

स. 7/20 | द. 9/17 **(स)**

3. वह बड़ी से बड़ी संख्या, जिससे 245 तथा 1029 को भाग देने पर क्रमशः 5 शेष बचे, होगी

अ. 15 | ब. 25

स. 35 | द 5 **(द)**

4. 225 को निम्न रूप में व्यक्त किया जा सकता हैं।

अ. 5×3^2 | ब. $5^2 \times 3$

स. $5^2 \times 3^2$ | द. $5 \times 3^2 \times 2$ **(स)**

5- $2.\overline{35}$ हैं एक

अ. पूर्णांक | ब. अपरिमेय संख्या

स. परिमेय संख्या | द. प्राकृत संख्या **(स)**

6. 144 तथा 172 का महत्तम समापवर्त्य हैं।

अ. 4 | ब. 8

स. 12 | द. 24 **(अ)**

7. दो संख्याओं का म.स. 27 तथा ल.स. 162 हैं, यदि एक संख्या 54 हैं तो दूसरी संख्या होगी।

अ. 36 | ब. 45

स. 81 | द. 108 **(स)**

CBEO BHINDER

8. संख्या (7 / ($2^5 x 5^2$))का दशमलव प्रसार दशमलव के कितने स्थानों के बाद सांत होगा।

अ. 2 ब. 5

स. 3 द 4 (ब)

9. एक अभाज्य संख्या के कुल कितने गुणनखण्ड संभव हैं।

अ. 1 ब. 2

स. 0 द. 3 (ब)

10. 12,21,15 का म.स. और ल.स. हैं।

अ. 3, 140 ब. 12, 420

स .3, 420 द. 420, 140 (स)

अति लघुत्रात्मक प्रशन

Q1. निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखंड के रूप में व्यक्त कीजिये :

(i) 140

हल:

7	140
5	20
2	4
2	2
	1

Prime Factorisation of :

140 = 2 × 2 × 5 × 7

140 का अभाज्य गुणनखंड

$= 2^2 \times 5 \times 7$

(ii) 156

हल:

13	156
3	12
2	4
2	2
	1

Prime Factorisation of :
$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$

156 का अभाज्य गुणनखंड
$= 2^2 \times 3 \times 13$

प्र.2 जाँच कीजिए कि प्राकृत संख्या के n लिए संख्या 6^n अंक 0 पर समाप्त हो सकती है।

हल:

6^n का अभाज्य गुणनखंड $= (2 \times 3)^n$

जबकि, कोई प्राकृत संख्या जो शून्य पर समाप्त होती है उसके अभाज्य गुणनखंड $(2 \times 5)^n$ के रूप का होता है|

अत:, 6^n शून्य पर समाप्त नहीं होगी|

प्र.3 निम्न को हल कीजिये –

(i) $\frac{13}{3125}$

$= \frac{13}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$

$= \frac{13}{5^5}$

हर का अभाज्य गुणनखंड 5^5 है और इसे $2^m \times 5^n$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है अत: यह एक सांत दशमलव प्रसार है|

(ii) $\frac{17}{8}$

$= \frac{17}{2 \times 2 \times 2}$

$= \frac{17}{2^3}$

हर का अभाज्य गुणनखंड 2^3 है और इसे $2^m \times 5^n$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है अत: यह एक सांत दशमलव प्रसार है|

(iii) $\frac{64}{455}$

$= \frac{64}{5 \times 7 \times 13}$

हर का अभाज्य गुणनखंड $5 \times 7 \times 13$ है और इसे $2^m \times 5^n$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है अत: यह एक असांत दशमलव प्रसार है |

(iv) $\frac{15}{1600}$

$= \frac{15}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}$

$= \frac{15}{2^6 \times 5^2}$

हर का अभाज्य गुणनखंड $2^6 \times 5^2$ है और यह $2^m \times 5^n$ के रूप में व्यक्त है अत: यह एक सांत दशमलव प्रसार है |

निम्बन्धात्मक प्रश्न

प्र०1. युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से HCF ज्ञात कीजिये |

(i) 135 और 225 (ii) 196 और 38220 (iii) 867 और 255

हल:

(1) 135 और 225

a = 225, b = 135 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

a = bq + r (तब)

225 = 135 ×1 + 90

135 = 90 ×1 + 45

90 = 45 × 2 + 0 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

b = 45 {फिर उसमे से b का मान HCF होता है;}

HCF = 45

(ii) 196 और 38220

a = 38220, b = 196 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

a = bq + r (तब)

38220= 196 ×195 + 0 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

b = 196 {फिर उसमे से b का मान HCF होता है;}

HCF = 196

(iii) 867 और 255

a = 867, b = 255 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

a = bq + r (तब)

38220= 196 ×195 + 0 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

b = 196 {फिर उसमे से b का मान HCF होता है;}

HCF = 196

प्र०2. दर्शाइए कि कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक $6q + 1$, या $6q + 3$, या $6q + 5$, के जहाँ q कोई पूर्णांक है |

हल:

दर्शाना है: $a = 6q + 1$, $6q+3$ या $6q+5$

माना कि a कोई धनात्मक विषम पूर्णांक है; जहाँ b = 6 होगा,

जब हम 6 से a को विभाजित करते है जो शेषफल क्रमश: 0, 1, 2, 3, 4 और 5 पाते है;

जहाँ $0 \leq r < b$

यहाँ a एक विषम संख्या है इसलिए शेषफल भी विषम संख्या प्राप्त होता है |

शेषफल होगा 1 या 3 या 5

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से हम पाते है;

$a = 6q + 1$, $6q+3$ या $6q+5$

Q.3 पूर्णांकों के निम्नलिखित युग्मों के LCM और HCF ज्ञात कीजिए तथा इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल LCM x HCF हैं।

हल:

$26 = 2 \times 13$

$91 = 7 \times 13$

सार्व गुणनखंड = 13

$\therefore$ HCF = 13

LCM = $2 \times 7 \times 13 = 182$

अब, जाँच,

दो संख्याओं का गुणनफल = LCM × HCF

$N_1 \times N_2$ = LCM × HCF

$26 \times 91 = 13 \times 182$

$2366 = 2366$

इति सिद्धम |

Q4. HCF (306, 657) = 9, दिया है | LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए |

हल:

HCF (306, 657) = 9

LCM × HCF = $N_1 \times N_2$

$$LCM = \frac{N_1 \times N_2}{HCF}$$

$$LCM = \frac{306 \times 657}{9}$$

LCM = 22338

5. सिद्ध कीजिए कि एक $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल :

इसके विपरीत मान लीजिए कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है |

हम किसी भी परिमेय संख्या को p/q के रूप में व्यक्त कर सकते है जहाँ p तथा q दो पूर्णांक है और $q \neq 0$ है |

इसलिए,

$$\frac{p}{q} = 3 + 2\sqrt{5}$$

और p तथा q को उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित कर एक सह-अभाज्य संख्या a तथा b प्राप्त कर सकते हैं |

अत: $3 + 2\sqrt{5} = \frac{a}{b}$

या $2\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3$

या $2\sqrt{5} = \frac{a-3b}{b}$

या $\sqrt{5} = \frac{a-3b}{2b}$

चूँकि a तथा b पूर्णांक है और 2 तथा 3 भी पूर्णांक है |

इसलिए $\frac{a-3b}{2b}$ एक परिमेय संख्या है जबकि वाया पक्ष $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है |

इससे एक विरोधाभासी परिणाम प्राप्त होता है कि $\sqrt{5}$ परिमेय संख्या है |

ऐसा विरोधाभासी परिणाम हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है |

CBEO BH...

प्रश्नावली – 2

बहुपद

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. द्विघात के मूलों का योग बहुपद $7x^2-3x+1$ है

(A) 2/7

(B) 3/7

(C) 4/7

(D) 5/6

उत्तर – **B**

2. यदि द्विघात बहुपद के मूलों का योग और गुणनफल क्रमशः 1/3 और -1/3 है, तो द्विघात बहुपद है

(A) $3x^2 + x + 1$

(B) $3x^2-x-1$

(C) $3x^2 + x -1$

(D) $3x^2 – x + 1$

उत्तर – **B**

3. $6x^2-7x-3$ के शून्यक हैं:

(A) -1/3, 3/2

(B) -7/3, -3/6

(C) 7/6, -3/6

(D) इनमें से कोई नहीं

उत्तर – **A**

4. $4x^2 – 4x+1$ के शून्यक हैं:

(A) -1/2, -1/2

(B) 1/2, 1/2

(C) 1, 1/4

(D) -1/4, 1

उत्तर – B

5. $3x^2 - x - 4$ के शून्यक हैं :

(A) -1, -4/3

(B) 1, -4/3

(C) -1, 4/3

(D) 1, 4/3

उत्तर – C

6. $3x^2 + 4x+1$ के शून्यक हैं:

(A) -1, -1/3

(B) -1, 1/3

(C) 1, -1/3

(D) 1, 4/3

उत्तर – A

7. द्विघात बहुपद $x^2 + 7x + 10$ के शून्यकों का योग होता है

(A) 7

(B) -7

(C) 10

(D) -10

उत्तर – B

8. द्विघात बहुपद $x^2 +7x + 10$ के शून्यकों का गुणनफल होता है

(A) 7

(B) -7

(C) 10

(D) -10

उत्तर – C

9. यदि a और b द्विघात बहुपद $x^2 - 2x - 8$ के मूल हैं, तो a2 + b2 है

(A) -16

(B) 20

(C) 4

(D) 12/5

उत्तर – B

लघुतरात्मक प्रश्न

Q1. निम्न द्विघात बहुपदों के शुन्यक ज्ञात कीजिए और शुन्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

(i) $x^2 - 2x - 8$

गुणनखंड विधि से :

$x^2 - 2x - 8$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$

$\Rightarrow x(x - 4) + 2(x - 4) = 0$

$\Rightarrow x(x - 4) + 2(x - 4) = 0$

$\Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$

$\Rightarrow x - 4 = 0 \quad x + 2 = 0$

$\Rightarrow x = 4, x = -2$

शुन्यक; $\alpha = 4 \quad \beta = -2$

शुन्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध की सत्यता की जाँच :

$a = 1, b = -2,$ और $c = -8$

शुन्यकों का योग $(\alpha + \beta) = \frac{-b}{a}$

$$[4 + (-2)] = \frac{-(-2)}{1}$$

$$2 = 2 \quad \text{..... (1)}$$

शुन्यकों का गुणनफल $(\alpha\beta) = \frac{c}{a}$

$$[4(-2)] = \frac{(-8)}{1}$$

$$-8 = -8 \quad \text{..... (2)}$$

NDER

2. हल करो – $3x^2 - x - 4$

हल : $3x^2 - x - 4 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 3x - 4 = 0$

$\Rightarrow x(3x - 4) + 1(3x - 4) = 0$

$\Rightarrow (3x - 4)(x + 1) = 0$

$\Rightarrow (3x - 4) = 0$, और $(x + 1) = 0$

$\Rightarrow 3x = 4$, और $x = -1$

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$, और $x = -1$

अत: $\alpha = \frac{4}{3}$, और $\beta = -1$

गुणांक $a = 3, b = -1$, और $c = -4$

शुन्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध की सत्यता की जाँच :

शुन्यकों का योग $(\alpha + \beta) = \frac{-b}{a}$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} + (-1) = \frac{-(-1)}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{......} \ (1)$$

शुन्यकों का गुणनफल $((\alpha\beta) = \frac{c}{a}$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times (-1) = \frac{(-4)}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3} \quad \text{........} \ (2)$$

अत: दोनों (1) और (2) स्थितियों में संबंध सत्य है ।

Q2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शुन्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमश: दी गई संख्याएँ हैं :

(i) $\frac{1}{4}, -1$

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{4}$

हल : (i) $\frac{1}{4}, -1$

दिया है : $\alpha + \beta = \frac{1}{4}, \alpha\beta = -1$

चूँकि $ax^2 + bx + c = kx^2 - k(\alpha + \beta)x + k\alpha\beta$

तुलना करने पर

$a = k, b = -k(\alpha + \beta)$ और $c = k\alpha\beta$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{4}$ और $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$

$\Rightarrow a = 4$

$\Rightarrow b = -4(\alpha + \beta)$

$\Rightarrow c = k\alpha\beta = 4(-1)$

अत: $ax^2 + bx + c$ के रूप में लिखने पर

$\Rightarrow 4x^2 - 4(\alpha + \beta)x + 4(\alpha\beta)$

$\Rightarrow 4x^2 - 4(\frac{1}{4})x + 4(-1)$

$\Rightarrow 4x^2 - x - 4$

द्विघात बहुपद है : $4x^2 - x - 4$

हल : (ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

दूसरी विधि से :

दिया है : $\alpha + \beta = \sqrt{2}$, $\alpha\beta = \frac{1}{3}$

चूँकि $ax^2 + bx + c = kx^2 - k(\alpha + \beta)x + k\alpha\beta$

या $ax^2 + bx + c = k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

या $\frac{ax^2 + bx + c}{k} = (x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3})$

या $\frac{ax^2 + bx + c}{k} = \frac{3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1}{3}$

यहाँ k एक अचर पद है, तुलना करने पर k = 3

अत: $ax^2 + bx + c = 3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$

द्विघात बहुपद है : $3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$

Q1. विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करके, निम्न में p(x) को g(x) से भाग देने पर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए :

(i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$, $g(x) = x^2 - 2$

(ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$, $g(x) = x^2 + 1 - x$

हल : (i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3,\ g(x) = x^2 - 2$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x - 3 \\
\hline
x^2 - 2 & x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \\
 & \underline{\overset{(-)}{x^3} \qquad \overset{(+)}{-\,2x}} \\
 & -3x^2 + 7x - 3 \\
 & \underline{\overset{(+)}{-3x^2} \qquad \overset{(-)}{+\,6}} \\
 & 7x - 9
\end{array}
$$

भागफल $q(x) = x - 3$ और शेषफल $= 7x - 9$ है |

हल : (ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5,\ g(x) = x^2 + 1 - x$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + x - 3 \\
\hline
x^2 - x + 1 & x^4 - 3x^2 + 4x + 5 \\
 & \underline{\overset{(-)}{x^4} \overset{(+)}{-\,x^3} \overset{(-)}{+\,x^2}} \\
 & x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\
 & \underline{\overset{(-)}{x^3} \overset{(+)}{-\,x^2} \overset{(-)}{+\,x}} \\
 & -3x^2 + 3x + 5 \\
 & \underline{\overset{(+)}{-3x^2} \overset{(-)}{+\,3x} \overset{(+)}{-\,3}} \\
 & 8
\end{array}
$$

$3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ के अन्य सभी शुन्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो शुन्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ हैं |

दिया है : $p(x) = 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$

और दो शुन्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ हैं।

अत: $x = \sqrt{\frac{5}{3}}, \quad x = -\sqrt{\frac{5}{3}}$

या $\quad x - \sqrt{\frac{5}{3}} = 0, \quad x + \sqrt{\frac{5}{3}} = 0$

या $\quad \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = 0$

या $\quad x^2 - \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = 0$

या $\quad x^2 - \frac{5}{3} = 0$

या $\quad 3x^2 - 5 = 0$

अब $3x^2 - 5$ से $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ में भाग देने पर

$$\text{भागफल} = x^2 + 2x + 1$$

$$3x^2 - 5 \,\big)\, 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$$

$$\underset{(-)}{3x^4} \qquad \underset{(+)}{-5x^2}$$

$$6x^3 + 3x^2 - 10x - 5$$

$$\underset{(-)}{6x^3} \qquad \underset{(+)}{-10x}$$

$$3x^2 - 5$$

$$3x^2 - 5$$

$$0$$

अत: $p(x) = (3x^2 - 5)(x^2 + 2x + 1)$

अब, $x^2 + 2x + 1$ को गुणनखंड कर शुन्यक ज्ञात करने पर -

$= x^2 + x + x + 1 = 0$

$= x(x + 1) + 1(x + 1) = 0$

$= (x + 1)(x + 1) = 0$

या $x + 1 = 0, x + 1 = 0$

या $x = -1, x = -1$

अत: दो अन्य शुन्यक – 1 और – 1 है |

CBEO BHIN

प्रश्नावली – 3

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

वस्तुनिष्ठ प्रश्न :

1: एक रैखिक समीकरण की घात होगी

(अ) 0 (ब) 2 (स) 1 (द) कोई नहीं

2: यदि $x+2y=6$ हो तो इसको सन्तुष्ट करने वाला युग्म है

(अ) (1,2) (ब) (2,1) (स) (2,2) (द) (1,1)

3: बिन्दु (–2,3) किस चतुर्थांश में स्थित हैं

(अ) प्रथम (ब) द्वितीय (स) त तीय (द) चतुर्थ

4: y –अक्ष पर स्थित बिन्दु हैं

(अ) (2,3) (ब) (2,0) (स) (2,2) (द) (0,2)

5: दो अंकों वाली संख्या बताइये, जिसमें इकाई का अंक x तथा दहाई का अंक y हो

(अ) $10x+y$ (ब) $10y+x$ (स) दोनों (द) इनमें से कोई नहीं

6: पिता की आयु पुत्र की आयु की तिगुनी है , यदि पुत्र की आयु x वर्ष हैं, तो 5 वर्ष बाद पिता की आयु होगी

(अ) $3x+y$ (ब) $x+3y$ (स) $x+y$ (द) $x–y$

7: 7 पेंसिल तथा 5 पेंन की कीमत 29रु है। इसको बीजगणित रूप में लिखिए ।

(अ) $7x+5y= 29$ (ब) $7x+y=29$ (स) $x+5y= 29$ (द) $x+y=29$

8: दो रैखिक समीकरणों के आलेख प्रतिच्छेदी रेखाएँ , तब रैखिक समीकरण का युग्म का

(अ) कोई हल नहीं (ब) एक हल हैं (स) दो हल हैं (द) अनेक हल

9: दो रैखिक समीकरणों के आलेख समान्तर रेखाएँ , तब रैखिक समीकरण का युग्म का

(अ) कोई हल नहीं (ब) एक हल हैं (स) दो हल हैं (द) अनेक हल

10: समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ व $a_2x+b_2y+c_2=0$ के सम्पाती होने की शर्त है

(अ) $\frac{a1}{a2} \neq \frac{b1}{b2}$ (ब) $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{c1}{c2}$ (स) $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} = \frac{c1}{c2}$ (द) इनमें से कोई नहीं

रिक्त स्थान :

11: एक चर रैखिक समीकरण का एक .... हल होता हैं।

CBEO BHIND

12: समीकरण x =2 का रैखिक आलेख ....अक्ष के समान्तर होगा।

13: समीकरण y =2 का रैखिक आलेख ....अक्ष के समान्तर होगा।

14: यदि $\frac{a1}{a2} \neq \frac{b1}{b2}$ हो तो रैखिक समीकरण युग्म .... होता हैं।

15: यदि $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{c1}{c2}$ हो तो रैखिक समीकरण युग्म .... होता हैं।

उत्तरमाला

1. (स)	2.(स)	3.(ब)	4.(द)	5.(ब)
6. (अ)	7.(अ)	8.(ब)	9.(अ)	10.(स)
11.अद्वितीय हल	12. y अक्ष	13. x अक्ष	14. संगत	15. असंगत

अतिलघुरात्मक प्रश्न :

16: समीकरण निकाय 5x-3y+2=0 तथा 6x+y-2=0 का हल किस प्रकार का हैं।

हल : यहाँ $a_1 = 5$ $b_1 = -3$ $c_1 = 2$ तथा $a_2 = 6$ $b_2 = 1$ $c_2 = -2$

$\frac{a1}{a2} = \frac{5}{6}$, $\frac{b1}{b2} = \frac{-3}{1}$

$\frac{a1}{a2} \neq \frac{b1}{b2}$

अतः समीकरण निकाय का हल अद्वितीय हैं

17: दिखाइये रैखाएँ x-4y+5=0 और 3x-12y+8=0 समान्तर हैं।

हलः यहाँ $a_1 = 1$ $b_1 = -4$ $c_1 = 5$ तथा $a_2 = 3$ $b_2 = -12$ $c_2 = 8$

$\frac{a1}{a2} = \frac{1}{3}$, $\frac{b1}{b2} = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$, $\frac{c1}{c2} = \frac{5}{8}$

$\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{c1}{c2}$

अतः समीकरण युग्म द्वारा निरुपित रैखाए समान्तर हैं ।

18: रैखिक समीकरण युग्म 4x+2y= 5 तथा x-2y= 0 को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

हलः समीकरण युग्म 4x+2y= 5 ....(1)

x-2y= 0 ....(2)

समीकरण .(2) में से x = 2y मान समीकरण .(1) में रखने पर

CBEO BHINDER

$4.(2y) + 2y = 5$

$8y + 2y = 5$

$10y = 5$

$y = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

y मान समीकरण .(2) में रखने पर

$x - 2.(\frac{1}{2}) = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

अतः $x = 1$ तथा $y = \frac{1}{2}$

19: रैखिक समीकरण युग्म $2x+y=6$ तथा $2x-y=2$ को विलोपन विधि से हल कीजिए।

हल : रैखिक समीकरण युग्म

$2x+y=6$ ....(1)

$2x-y=2$ ....(2)

समीकरण (1) में समीकरण (2) को जोडनें पर

$2x+y = 6$

$\underline{2x-y = 2}$

$4x = 8$

$x = 2$

x मान समीकरण (1) में रखने पर

$4+y = 6$

$y = 6-4$

$y = 2$

अतः $x = 2$ तथा $y = 2$

CBEO BHINDER

20: k के किस मान के लिए समीकरण निकाय $x+2y = 3$ तथा $5x+ky = 15$ का अनन्त हल हैं।

हल : यहाँ $a_1 = 1$ $b_1 = 2$ $c_1 = 3$ तथा $a_2 = 5$ $b_2 = k$ $c_2 = 15$

समीकरण निकाय का अनन्त हल हैं

अतः $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} = \frac{c1}{c2}$

$\frac{1}{5} = \frac{2}{k} = \frac{3}{15}$

$\frac{1}{5} = \frac{2}{k}$

$k = 10$

21. किकेट टीम के एक कोच ने 3900 रु में 3 बल्ले तथा 6 गेंदे खरीदी। बाद में उसने एक और बल्ला तथा उसी प्रकार की 2 गेंदे 1300 रु में खरीदी। इस स्थिति को बीजगणीतीय तथा ज्यामितीय रुपों में व्यक्त कीजिए।

हल : माना एक बल्ले का मूल्य = x रुपये

और एक गेंद का मूल्य = y रुपये

अत: बीजगणितीय निरूपण

$3x + 6y = 3900$ .... (1) और

$x + 2y = 1300$ .... (2)

समी० (1) से

$3x + 6y = 3900$

$3(x + 2y) = 3990$

या $x + 2y = 1300$

$x = 1300 - 2y$

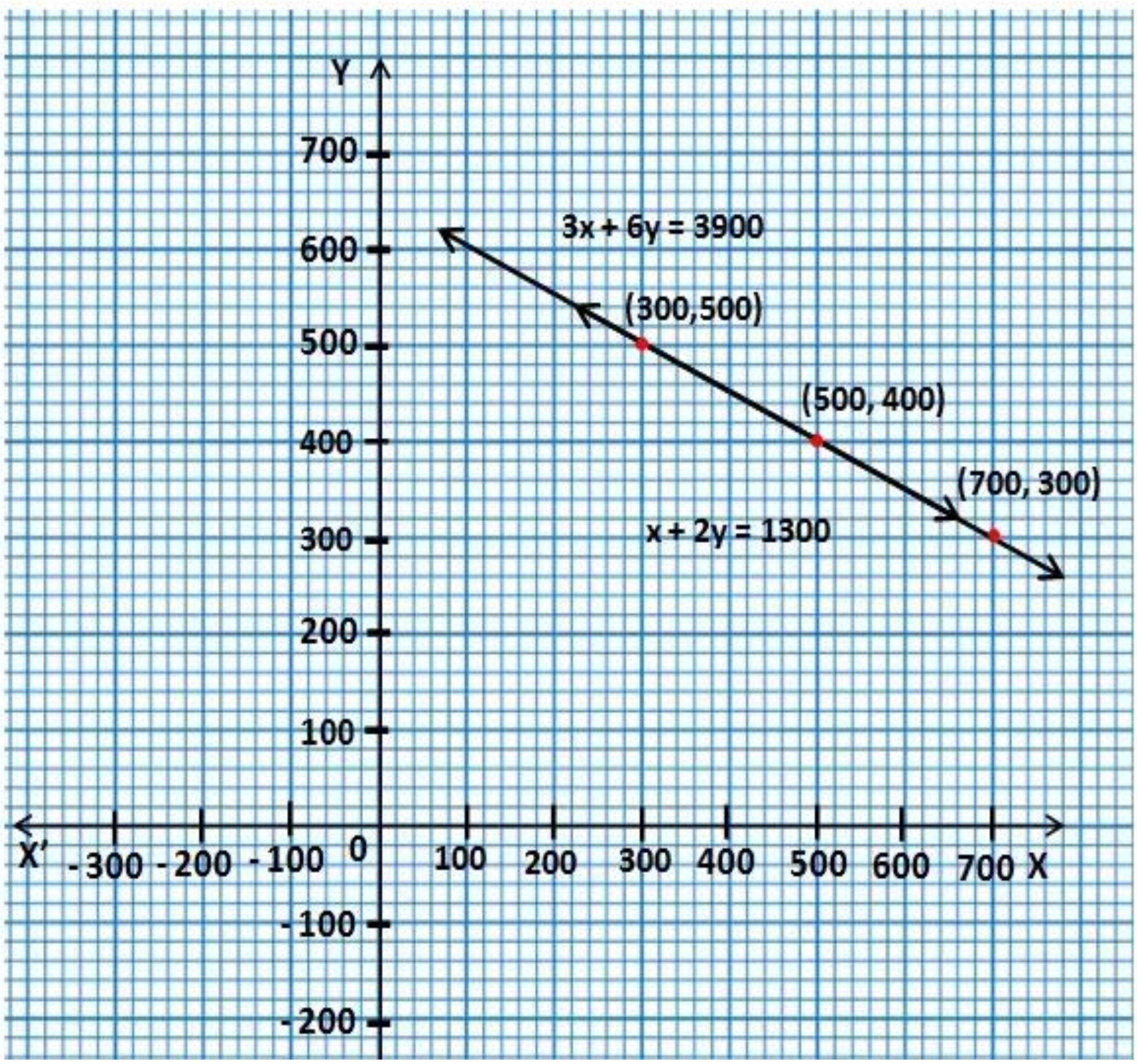
x	700	500	300
y	300	400	500

इसी प्रकार समी० (2) से

$x + 2y = 1300$

$x = 1300 - 2y$

x	700	500	300
y	300	400	500



(i) कक्षा x के 10 विधार्थियों ने एक गणित की पहेली प्रतियोगिता में भाग लिया | यदि लड़कियों की संख्या लड़कों से 4 अधिक हो, तो प्रतियोगिता में भाग लिए लडको और लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए |

हल :

माना लड़कियों की संख्या = x

तथा लड़कों की संख्या = y

प्रश्नानुसार,

लड़के और लडकियाँ की कुल संख्या 10 है |

इसलिए, $x + y = 10$ …….. (1)

लड़कों से लड़कियाँ 4 अधिक हैं |

इसलिए, $x - y = 4$ …….. (2)

समी० (1) के लिए तालिका

$x + y = 10$

$\Rightarrow x = 10 - y$

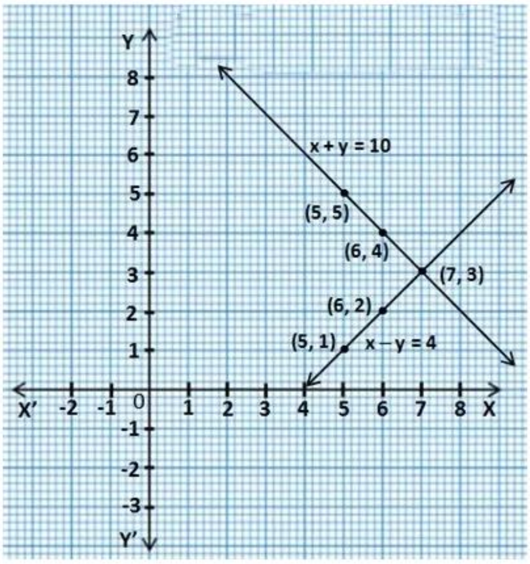
x	5	6	7
y	5	4	3

समी० (2) के लिए तालिका

$x - y = 4$

$\Rightarrow x = 4 + y$

x	5	6	7
y	1	2	3



ग्राफीय विधि से हल के लिए हम जब बने ग्राफ को देखते हैं तो पाते हैं कि बिंदु (7, 3) दिए गए समीकरण के लिए प्रतिच्छेदन बिंदु है जो कि रैखिक समीकरण युग्म का उभयनिष्ठ हल है |

इसलिए, लड़कियों कि संख्या = 7 और लड़कों की संख्या = 3 है |

(ii) 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य 50 रू. है, जबकि 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य 46 रू. है | एक पेंसिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए |

हल :

माना एक पेन्सिल का मूल्य = x रू०

और एक कलम का मूल्य = y रू०

प्रश्नानुसार,

$5x + 7y = 50$ ……… (1) और

$7x + 5y = 46$ ……..(2)

समी० (1) से

$5x + 7y = 50$

$\Rightarrow 5x = 50 - 7y$

$\Rightarrow x = \frac{50-7y}{5}$

x	3	10	-4
y	5	0	10

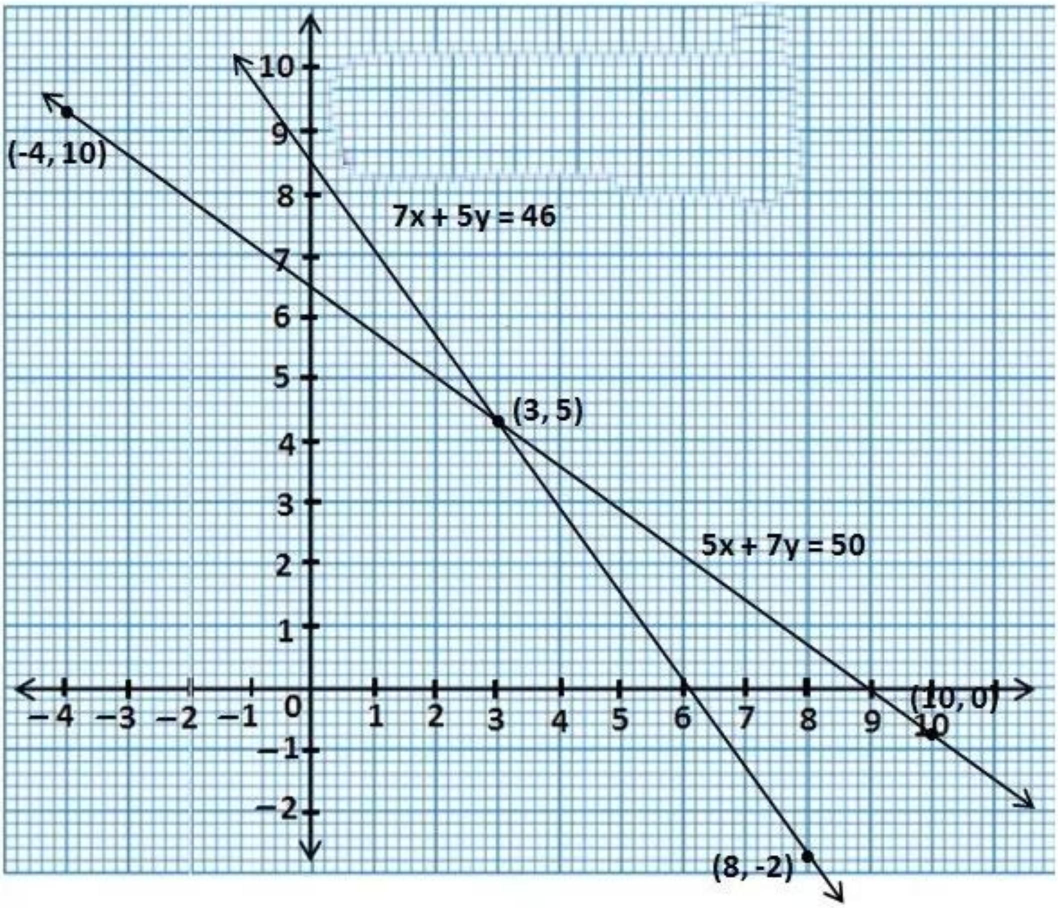
समी० (2) से

$7x + 5y = 46$

$\Rightarrow 7x = 46 - 5y$

$\Rightarrow x = \frac{46-5y}{7}$

x	8	3	-2
y	-2	5	12



ग्राफीय विधि से हल के लिए हम जब बने ग्राफ को देखते हैं तो पाते हैं कि बिंदु (3, 5) दिए गए समीकरण के लिए प्रतिच्छेदन बिंदु है जो कि रैखिक समीकरण युग्म का उभयनिष्ठ हल है |

इसलिए, पेन्सिल का मूल्य = 3 और कलम का मूल्य = 5 है |

23.

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ दे तथा हर में से 1 घटा दे, तो भिन्न 1 में बदल जाती है| यदि हर में 1 जोड़ दे, तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती वह भिन्न क्या है?

हल: माना भिन्न का अंश x और हर y है |

इसलिए, भिन्न = $\frac{x}{y}$

$$\frac{x+1}{y-1} = \frac{1}{1}$$

$\Rightarrow x + 1 = y - 1$

$\Rightarrow x - y = -1 - 1$

$\Rightarrow x - y = -2$ .... (i)

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow 2x = y + 1$

$\Rightarrow 2x - y = 1$ .... (ii)

(**यहाँ समीकरण (i) और (ii) में y के गुणांक पहले ही से बराबर है इसलिए इन्हें बरावर करने की जरुरत नहीं है** |)

अब समीकरण (i) में से (ii) घटाने पर

$$\begin{array}{rcl} x - \not{y} &=& -2 \\ 2x - \not{y} &=& 1 \\ (-)\quad (+) && (-) \\ \hline -x &=& -3 \end{array}$$

$\therefore \quad x = 3$

अब x का मान 3 समीकरण (i) में रखने पर

$x - y = -2$

$\Rightarrow \quad 3 - y = -2$

$\Rightarrow \quad y = 3 + 2$

$\Rightarrow \quad y = 5$

अत: अभीष्ट भिन्न = $\frac{3}{5}$

(ii) पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की तीन गुनी थी | दस वर्ष पश्चात्, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी नूरी और सोनू की आयु में कितनी है ?

हल : माना नूरी की आयु x वर्ष

और सोनू की आयु y वर्ष

स्थिति I

पाँच वर्ष पूर्व,

नूरी की आयु = x – 5 वर्ष

सोनू की आयु = y – 5 वर्ष

प्रश्नानुसार,

$x - 5 = 5(y - 5)$

या $x - 5 = 5y - 25$

या $x - 5y = 5 - 25$

या $x - 5y = -20$ ………… (i)

स्थिति II

दस वर्ष बाद,

नूरी की आयु = x + 10 वर्ष

सोनू की आयु = y + 10 वर्ष

BHINDER

प्रश्नानुसार,

$x + 10 = 2(y + 10)$

या $x + 10 = 2y + 20$

या $x - 2y = 20 - 10$

या $x - 2y = 10$ .... (ii)

(चूँकि x के गुणांक स्वत: बराबर है इसलिए गुणांक बराबर नहीं करेंगे|)

अब समीकरण (i) में से (ii) घटाने पर

$x - 5y = -20$ .... (i)

$x - 2y = 10$ .... (ii)

$(-) \quad (+) \quad (-)$

$-3y = -30$

$\Rightarrow \quad y = \frac{-30}{-3} = 10$

$y = 10$ समीकरण (i) में रखने पर

$x - 5y = -20$

या $x - 5(10) = -20$

या $x - 50 = -20$

या $x = 50 - 20$

या $x = 30$

अत: नूरी की आयु 30 वर्ष है और सोनू की आयु 10 वर्ष है |

(iii) दो अंको की संख्या के अंको का योग 9 है | इस संख्या का 9 गुना, संख्या के अंको को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है | वह संख्या ज्ञात कीजिए |

हल : माना संख्या के इकाई का अंक x है |

और दहाई का अंक y है |

तो वास्तविक संख्या = 10y + x होगी,

और पलटी हुई संख्या = 10x + y

स्थित I

$x + y = 9$ ……….. (i)

स्थिति II

9(संख्या) = 2(पलटी संख्या)

या $9(10y + x) = 2(10x + y)$

या $90y + 9x = 20x + 2y$

या $20x - 9x + 2y - 90y = 0$

या $11x - 88y = 0$

या $x - 8y = 0$

या $x = 8y$ ……….. (ii)

समीकरण (i) में $x = 8y$ रखने पर

$x + y = 9$

या $8y + y = 9$

या $9y = 9$

या $y = \ = 1$

$y = 1$ समीकरण दो में रखने पर

$x = 8y = 8 \times 1 = 8$

अत: अभीष्ट संख्या = $10y + x$

$= 10 \times 1 + 8$

$= 18$

प्रश्नावली – 4,

द्विघात समीकरण

1. समीकरण $x^2 - 4\sqrt{3}\ x + 9 = 0$ के मूल हैं

(A) $2\sqrt{3}, \sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}, \sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ [उत्तर : (B)]

2. समीकरण $x^2 - 9x + 18 = 0$ के मूल हैं

(A) 3, 6 (B) – 3, 6

(C) 3, – 6 (D) – 3, – 6 [उत्तर : (A)]

3. समीकरण $2x^2 - 3x - 12 = 0$ का विविक्तकर कितना हैं

(A) 87 (B) – 87

(C) 105 (D) – 33 [उत्तर : (C)]

4. द्विघात समीकरण $x^2 + x + 1 = 0$ का विविक्तकर कितना हैं

(A) 2 (B) – 3

(C) – 1 (D) 3 [उत्तर : (B)]

5. द्विघात समीकरण जिनके मूल 5 और –2 हैं, होगे

(A) $x^2 - 3x - 10 = 0$ (B) $x^2 - 3x + 10 = 0$

(C) $x^2 + 3x - 10 = 0$ (D) $x^2 + 3x + 10 = 0$

[उत्तर : (A)]

6. द्विघात समीकरण $x^2 - 3x + 2 = 0$ का एक मूल 1 है, तो दूसरा मूल है।

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3 [उत्तर : (C)]

7. द्विघात समीकरण $2x^2 - 5x - 3 = 0$ का एक मूल होगा ।

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4 **[उत्तर : (C)]**

7. द्विघात समीकरण $x^2 - 5x + 8 = 0$ क मूल हैं –

(A) वास्तविक और समान (B) वास्तविक और असमान
(C) वास्तविक नहीं (D) इनमें कोई नहीं **[उत्तर : (C)]**

8. समीकरण $(x + 5)(x - 6) = 0$ में x का एक मान हैं –

(A) 5 (B) 6
(C) 30 (D) –1 **[उत्तर : (B)]**

8.

9. समीकरण $\frac{x^2}{4} = 9$ का हल हैं –

(A) 6, 0 (B) –6, 0
(C) ±6 (D) ±36 **[उत्तर : (C)]**

10. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल समान होंगे यदि

(A) $b^2 = 4ac$ (B) $b^2 = -4ac$
(C) $b^2 = ac$ (D) इनमें कोई नहीं **[उत्तर : (A)]**

CENTURY

अति लघुतरात्मक प्रश्न

Q1. जाँच कीजिए कि क्या निम्न द्विघात समीकरण है:

(i) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

हल :

$(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 2x + 1 + 6 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 7 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$a = 1$, $b = 0$ और $c = 7$ प्राप्त होता है

$a = 1$, $b = 0$ और $c = 7$ प्राप्त होता है

चूँकि $a \neq 0$ है, अत: यह द्विघात समीकरण है |

2. $x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$

हल : $x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$

$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = x^2 - 2x + 4$

$\Rightarrow x^2 - x^2 + 4x + 3x + 1 - 4 = 0$

$\Rightarrow 7x - 3 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है |

$\therefore$ यह द्विघात समीकरण नहीं है |

(i) एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल 528 m^2 है | क्षेत्र की लंबाई (मीटरों में) चौड़ाई के दुगुने से एक अधिक है | हमें भूखंड की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात करनी है |

हल : एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल = 528 m^2

माना आयताकार भूखंड की चौड़ाई = x m

आयताकार भूखंड की लंबाई = 2x + 1 m

आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल = 528 m^2

लंबाई x चौड़ाई = 528

$(2x + 1)x = 528$

$2x^2 + x = 528$

$2x^2 + x - 528 = 0$

$2x^2 + 33x - 32x - 528 = 0$

$x(2x + 33) - 16(2x + 33) = 0$

$(2x + 33)(x - 16) = 0$

$2x = -33$ तथा $x = 16$

$x = -33/2$ तथा $x = 16$

चूँकि

आयताकार भूखंड की चौड़ाई = X m

= 16 m

आयताकार भूखंड की लंबाई = 2X+ 1 m

= 2 x 16 + 1 m

= 32 + 1 m

= 33m

HINDER

(ii) दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 306 है | हमें पूर्णांकों को ज्ञात करना है |

हल : दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल = 306

माना पहला धनात्मक पूर्णांक = x

दूसरा धनात्मक पूर्णांक = x + 1

दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल = 306

पहला धनात्मक पूर्णांक x दूसरा धनात्मक पूर्णांक = 306

$(x + 1)x = 306$

$x^2 + x = 306$

$x^2 + x - 306 = 0$

$2x^2 + 18x - 17x - 306 = 0$

$x(x +) - 17(x + 18) = 0$

$(x + 18)(x - 17) = 0$

$x + 18 = 0$ तथा $x - 17 = 0$

$x = -18$ तथा $x = 17$

चूँकि

पहला धनात्मक पूर्णांक = x

= 17

दूसरा धनात्मक पूर्णांक = x + 1

= 17 + 1

= 18

(iii) रोहन की माँ उससे 26 वर्ष बड़ी है |उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल अब से तीन वर्ष पश्चात् 360 हो जाएगी| हमें रोहन की वर्तमान आयु ज्ञात करणी है |

हल : माना रोहन की वर्तमान आयु = x

रोहन की माँ की आयु = x + 26

तीन वर्ष पश्चात रोहन की आयु = x + 3

तीन वर्ष पश्चात रोहन की माँ की आयु = x + 26 + 3

= x + 29

दोनो की आयु का गुणनफल = 306

$(x + 29)(x + 3) = 306$

$x^2 + 29x + 3x + 87 = 306$

$x^2 + 32x + 87 = 306$

$x^2 + 32x = 273$

$x^2 + 32x - 273 = 0$

$x^2 + 39x - 7x - 273 = 0$

$x^2 + 39x - 7x - 273 =0$

$x(x + 39) - 7(x + 39) = 0$

$(x + 39) (x - 7) = 0$

$x + 39 = 0$ तथा $x - 7 = 0$

$x = - 39$ तथा $x = 7$

चूँकि

रोहन की वर्तमान आयु = 7 वर्ष

रोहन की माँ की आयु = x + 26

= 7 + 26

= 33 वर्ष

गुणनखंड विधि से निम्न द्विघात समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए :

(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$

हल : $x^2 - 3x - 10 = 0$

$x^2 - 5x + 3x - 10 = 0$

$x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$

$(x - 5)(x + 2) = 0$

$x - 5 = 0$ तथा $x + 2 = 0$

$x = 5$ तथा $x = - 2$

)$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

हल : $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$\sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$

$x(\sqrt{2}x + 5) - \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$

$(\sqrt{2}x + 5)(x - \sqrt{2}) = 0$

$\sqrt{2}x + 5 = 0$ तथा $x - \sqrt{2} = 0$

$\sqrt{2}x = -5$ तथा $x = \sqrt{2}$

$x = -5/\sqrt{2}$ तथा $x = \sqrt{2}$

$100x^2 - 20x + 1 = 0$

हल : $100x^2 - 20x + 1 = 0$

$100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$

$x(10x - 1) -1(10x - 1) = 0$

$(x - 1)(10x - 1) = 0$

$10x - 1 = 0$ तथा $10x - 1 = 0$

$10x = 1$ तथा $10x = 1$

$x = 1/10$तथा $x = 1/10$

. ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका योग 27 हो और गुणनफल 182 हो |

हल : संख्याओं का योग = 27

संख्याओं का गुणनफल = 182

माना पहली संख्या = x

दूसरी संख्या = x + 1

दोनों संख्या का गुणनफल = 182

$x(27 - x) = 182$

$27x - x^2 = 182$

$- x^2 + 27x - 182= 0$

$x^2 - 27x + 182 = 0$

$x^2 - 14x - 13x + 182 = 0$

$x(x - 14) - 13(x - 14) = 0$

$(x - 14)(x - 13) = 0$

$x - 14 = 0$ तथा $x - 13 = 0$

$x = 14$ तथा $x =13$

पहली संख्या = x

= 13

दूसरी संख्या = x + 1

= 13 + 1

= 14

HINDER

दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो |

हल : दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल = 306

माना पहला धनात्मक पूर्णांक = x

दूसरा धनात्मक पूर्णांक = x + 1

दोनों क्रमागत संख्या के वर्गों का योग = 365

$(x)^2 + (x + 1)^2 = 365$

$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$

$2x^2 + 2x + 1 = 365$

$2x^2 + 2x + 1 - 365 = 0$

$2x^2 + 2x + 1 - 365 = 0$

$2x^2 + 2x - 364 = 0$

$2(x^2 + x - 182) = 0$

$x^2 + x - 182 = 0/2$

$x^2 + x - 182 = 0$

$x^2 + 14x - 13x - 182 = 0$

$x(x + 14) - 13(x + 14) = 0$

$(x + 14)(x - 13) = 0$

$x + 14 = 0$ तथा $x - 13 = 0$

$x = -14$ तथा $x = 13$

चूँकि

पहला धनात्मक पूर्णांक = x

= 13

दूसरा धनात्मक पूर्णांक = x + 1

= 13 + 1

= 14

एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई इसके आधार से 7 cm कम है | यदि कर्ण 13 cm का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए |

हल : समकोण त्रिभुज का आधार = x cm

समकोण त्रिभुज की ऊँचाई = x - 7cm

समकोण त्रिभुज में कर्ण = 13 cm

पाईथागोरस प्रमेय के प्रयोग से

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{ऊँचाई})^2 + (\text{आधार})^2$

$AC^2 = AB^2 + BC)^2$

$(13)^2 = (x - 7)^2 + (x)^2$

$169 = x^2 - 14x + 49 + x^2$

$169 - 49 = 2x^2 - 14x$

$120 = 2(x^2 - 7x)$

$x^2 - 7x = 2/120$

$x^2 - 7x - 60 = 0$

$x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$

$x(x - 12) + 5(x - 12) = 0$

$(x - 12)(x + 5) = 0$

$x - 12 = 0$ तथा $x + 5 = 0$

$x = 12$ तथा $x = -5$

चूँकि

समकोण त्रिभुज का आधार $= x$ cm

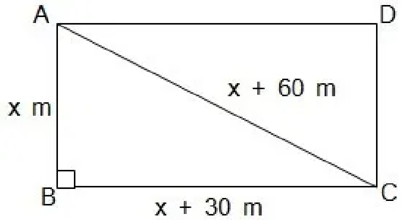
$= 12$ cm

समकोण त्रिभुज की ऊँचाई $= x - 7$ cm

$= 12 - 7$

$= 5$ cm

5 **एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मीटर अधिक लंबा है | यदि बड़ी भुजा छोटी भुँजा से 30 मीटर अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए |**



हल : माना सबसे छोटी भुजा = x m

तो बड़ी भुजा = x + 30 m और

विकर्ण = x + 60 m

प्रश्नानुसार,

चूँकि ABCD एक आयत है जिसका प्रत्येक कोण समकोण है इसलिए ABC में,

पैथागोरस प्रमेय के प्रयोग से –

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow (x + 60)^2 = (x)^2 + (x + 30)^2$

$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$

$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 = 2x^2 + 60x + 900$

$\Rightarrow 2x^2 - x^2 + 60x - 120x + 900 - 3600 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x(x - 90) + 30(x - 90) = 0$

$\Rightarrow (x - 90)(x + 30) = 0$

चूँकि आयता की लंबाई धनात्मक होती है इसलिए x = 90 ऋणात्मक नहीं होती

अत: छोटी भुजा = 90 m

तो बड़ी भुजा = 90 + 30 = 120 m

और विकर्ण = 90 + 60 = 150 m

Q. 6 **. क्या परिमाप 80 m तथा क्षेत्रफल $400m^2$ के एक पार्क को बनाना संभव है ? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।**

हल : माना पार्क का लंबाई = x m

और चौड़ाई = y m

तो, 2(लंबाई + चौड़ाई) = परिमाप

$2(x + y) = 80$ m

$x + y = 40$ m

$y = 40 - x$ m

अत: चौड़ाई = $40 - x$ m

अब, लंबाई × चौड़ाई = क्षेत्रफल

$x(40 - x) = 400$

=> $40x - x^2 = 400$

=> $x^2 - 40x + 400 = 0$

=> $x^2 - 20x - 20x + 400 = 0$

=> $x(x - 20) - 20(x - 20) = 0$

=> $(x - 20)(x - 20) = 0$

=> $x - 20 = 0$, $x - 20 = 0$

=> $x = 20$ और $x = 20$

अत: पार्क की लंबाई = 20 मीटर तो चौड़ाई = 40 – 20 = 20 मीटर

CBSE ... NDER

प्रश्नावली – 5

समान्तर श्रेणी

1. निम्नलिखित में से कौन–सी समान्तर श्रेणी है–
   (a) 2, 4, 8, 16 .....   (b) 2, $\frac{5}{2}$, 3 $\frac{7}{2}$.....
   (c) 1, 3, 7, 27 ......   (d) 0.2, 0.22, 0.222, ...

2. यदि किसी A.P का तीसरा पद 5 है और 7 वां पद 9 है तो A.P. होगी
   (a) 3, 4, 5 ....   (b) 4, 2, 3 ....
   (c) -1, -2, -3 .....   (d) 0, 5, -10, ...

3. A.P 10, 7, 4....... का 30 वां पद है –
   (a) 97   (b) 77
   (c) -77   (d) -87

4. यदि an = 9-5 n एक समान्तर श्रेणी का n वां पद है तो सार्व अन्तर होगा।
   (a) -5   (b) 5
   (c) 0   (d) -7

5. समान्तर श्रेणी 2, 7, 12.......... का 11 वां पद होगा।
   (a) 55   (b) 52
   (c) 72   (d) 80

6. A.P. 3, 8, 13, 18 .... का कौनसा पद 75 हैं –
   (a) 12   (b) 14
   (c) 15   (d) 16

7. 636 योग प्राप्त करने के लिए A.P : 9, 17, 25 ..... के कितने पद लेंगे –
   (a) 12   (b) 18
   (c) 20   (d) 10

8. A.P में a =5, d=3, an=50 हो तो Sn होगा –
   (a) 420   (b) 117
   (c) 550   (d) 440

9. एक समान्तर श्रेणी का प्रथम पद P है तथा सर्वाअन्तर q हैं तो उसका 10 वां पद है–
   (a) q+9p   (b) p-9q
   (c) p+9q   (d) 2p+9q

CBEO BHINDER

10. समान्तर श्रेणी 7, 5, 3, 1, –1, –3 ....क सर्वाअंतर होगा।

(a) 2 (b) -2

(c) 4 (d) 0

प्र न	उत्तर
1	B
2	A
3	C
4	A
5	B
6	D
7	A
8	D
9	C
10	D

11. निम्नलिखित में से प्रत्येक A.P. के लिए प्रथम पद तथा सार्वअन्तर लिखिए।

(i) 3, 1, -1, -3 ....

दी गई

A.P = 3, 1, -1, -3 ......

$a_1 = 3$, $a_2 = 1$

$a_3 = -1$, $a_4 = -3$

प्रथम पद $a = a_1 = 3$

सार्व अन्तर $d = a_2 - a_1 = 1-3 = -2$

अतः प्रथम पद = 3 तथा सार्वअन्तर = -2

12. A.P : 10, 7, 4 ...., -62 का अंतिम पद से (प्रथम पद की ओर) 11 वां पद ज्ञात कीजिए।

हल– यहां – a = 10, d= 7, -10 = -3, L= -62,

L = a+ (n-1)d

अंतिम पद से 11 वां पद ज्ञात करने के लिए, हम इस AP के कुल पदों की संख्या ज्ञात करेंगे।

अतः - 62 = 10+ (n-1) (-3)

CBEO BHINDER

या $-72 = (n-1)(-3)$

अर्थात $(n-1) = 24$

$n = 25$

अतः दी हुई A.P. में 25 पद हैं।

अंतिम पद से 11 वां पद A.P. का 15 वां पद होगा।

अतः, $a_{15} = 10 + (15-1)(-3) = 10-42 = -32$

इसलिए, अंतिम पद से 11 वां पद -32 हैं।

13. निम्नलिखित समांतर श्रेणी में कितने पद हैं।

$18, 15\frac{1}{2}, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -47$

यहां पहला पद $a = 18$

तथा सार्वअन्तर $d = 15\frac{1}{2} - 18$

$= \frac{31}{2} - 18 = \frac{31-36}{2}$

$= \frac{-5}{2}$

माना दी गई श्रेढी में n पद हैं।

n वां पद, $a_n = -47$

$= a + (n-1)d = -47$

$= 18 + (n-1) \times \frac{-5}{2} = -47$

$= \frac{-5(n-1)}{2} = -47-18 = -65$

$= (n-1) = \frac{(-65) \times 2}{-5} = 26$

$n = 26+1 = 27$

अंतः दी गई श्रेणी (A.P.) में 27 पद हैं।

14. उस (A.P.) का 31 वां पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11 वां पद 38 हैं और16 वं पद 73 हैं।

हल – माना A.P का प्रथम पद a तथा सार्वअन्तर d हैं।

तब 11 वां पद $a_{11} = 38$

$a + (11-1)d = 38$

$= a + 10d = 38$ (1)

और 16 वां पद $a_{16} = 73$

$= a + (16-1)d = 73$

$= a + 15d = 73$ (2)

समीकरण 2 में से 1 को घटाने पर,

$(a+15d) - (a+10d) = 73-38$

$= a + 15d - a - 10d = 35$

$5d = 35$

CBEO BHINDER

$d = \frac{35}{5} = 7$

समीकरण 1 में से d का मान रखेन पर,

$= a + 10 \times 7 = 38$

$a + 70 = 38$

$a = 38 - 70 = -32$

श्रेणी का 31 वां पद

$a_{31} = a + (31-1)d$

$= -32 + 30 \times 7$

$= -32 + 210 = 178$

अत : A.P का 31 वां पद = 178

CBEO BHINDER

प्र.15 तीन अंकों वाली कितनी संख्याएं 7 से विभाज्य हैं।

हल– तीन अंको की संख्याओं की सूची 100, 101, 102, ..., 999, 3 अंकों की 7 से विभाज्य प्रथम संख्या =105 और अन्तिम संख्या =994 तब 7 से विभाज्य 3 अंकीय संख्याओं की सूची –

105, (105+7), (105+7+7), ... 994

माना ऐसी कुल संख्याएं n हैं।

प्रथम संख्या a = 105, सर्वाअन्तर d = 7,

n वां पद an = 994

= a+ (n-1)d = 994

= 105 +(n-1)x7 = 994

= (n-1)x7 = 994-105 = 889

$= (n-1) = \frac{889}{7} = 127$

n= 127+ 1= 128 अतः 7 से विभाज्य तीन अंको वाली संख्याएं = 128

प्र. 16 10 और 250 के बीच मे 4 के कितने गुणज है ?

हल– 10 से बडा 4 का पहला गुणज = 12

250 से छोटा 4 का पहला गुणज = 248

10 और 250 के बीच 4 के गुणजों की श्रेढी निम्न होगी

12, 16, 20, 24, ... 248

माना गुणकों की संख्या n है।

पहला पद a = 12, सर्वाअन्तर d= 16-12= 4

तब n वां पद an = 248

= a + (n-1)d = 248

= 12 + (n-1) 4 = 248

= 12 +4n -4 = 248

= 4n = 248 + 4-12 = 240

$n = \frac{240}{4} = 60$ अतः 10 और 250 के बीच 4 के गुणजों की संख्या 60 हैं।

प्र. 17 A.P : 8, 3, -2 के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजए।

हल – यहां a= 8, d= 3-8 = -5 और n = 22 हैं।

CBEO BHINDER

हम जानते हैं कि

$S = \frac{22}{2}$ [16+21(-5)] = 11 (16-105)

= 11 (-89) = -979

A.P. के प्रथम 22 पदों का योग – 979 हैं।

प्र.18 यदि किसी A.P. के प्रथम 14 पदों का योग 1050 हैं तथा इसका प्रथम पद 10 हैं तो 20 वां पद ज्ञात कीजिए।

हल– यहां – S_{14} = 1050, n= 14 और a= 10 हैं।

चूंकि $S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

इसलिए 1050 = $\frac{14}{12}$ [20+13d] = 140+91d

अर्थात 910 = 91d

या d = 10

अतः a_{20} = 10 + (20-1)x 10= 200

अर्थात् 20 वां पद 200 हैं।

प्र.19 टी.वी. सेटों का निर्माता तीसरे वर्ष में 600 टी.वी. तथा 7 वें वर्ष में 700 टी.वी. सेटों का उत्पादन करता हैं। यह मानते हुए कि प्रत्येक वर्ष उत्पादन में एक समान रूप से एक निश्चित संख्या में वृद्धि होती हैं, ज्ञात कीजिए –

1. प्रथम वर्ष में उत्पादन 2. 10 वें वर्ष में उत्पादन

3. प्रथम 7 वर्षो में कुल उत्पादन

हल– चूंकि प्रत्येक वर्ष उत्पादन में समान रूप से एक निश्चित संख्या में वृद्धि होती है, इसलिए पहले, दूसरे, तीसरे, ...वर्षो में उत्पादित टी.वी. सेंटों की संख्याएं एक AP में होंगी। आइए n वे वर्श में उत्पादित टी.वी. सेटों की संख्या को an से व्यक्त करें।

अतः a_3 = 600 और a_7 = 700

या a+2d = 600

और a+6d = 700

इन्हें हल करने पर हमें, d= 25 और a= 550 प्राप्त होता है।

अतः प्रथम वर्श में उत्पादित टी.वी. सेटों की संख्या 550 हैं।

CBEO BHINDER

(ii) अब a_{10} = a+9d =550+9x25= 775

अतः 10 वें वर्श में उत्पादित टी.वी. सेटों की संख्या 775 हैं।

(iii) साथ ही $S_7 = \frac{7}{2}$ [2x550+(7-1)x25]

$= \frac{7}{2}$ [1100+150] = 4375

अतः प्रथम 7 वर्शों में कुल उत्पाति हुए सभी टी.वी. सेटों की संख्या 4375 हैं।

प्र.20 उस A.P. के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिनमें d= 7 हैं और 22 वां पद 149 हैं।

d=7, n =22

22 वां पद a_{22} = 149

= a + (22-1)d = 149

= a + 21x7 = 149

= a + 147 = 149

= a = 149-147= 2

तब प्रथम 22 पदों का योग

$S_{22} = \frac{n}{2}$ (a+1) = = $\frac{22}{2}$ (2+149)

= 11x151 = 1661

अतः दी गई A.P. के प्रथम 22 पदों का योग = 1661

प्र.21 यदि किसी A.P. के प्रथम 7 पदों का येाग 49 हैं और प्रथम 17 पदों का योग 289 है, तो इसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल– माना A.P का पहला पद a तथा सर्वाअन्तर d हैं।

प्रथम 7 पदों का योग

S_7= 49

$= \frac{7}{2}$ [2a+(7-1)d] =49

सूत्र $S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d से]

$= \frac{7}{2}$ [2a+6d] =49

CBEO BHINDER

$= 7 (a+3d) = 49$

$= a+3d = \frac{49}{7}$

$= a + 3d = 7$

$= a = 7-3d$ 1

दूसरी शर्त के अनुसार,

$S_{=} 289$

$= \frac{n}{2} [2a+(n-a)d=]289$

$= \frac{17}{2} [2a+(17-1)d] = 289$

$= \frac{1}{2} [2a+16d] = \frac{289}{17}$

$= a+8d = 17$

a का मान समीकरण (1) से प्रतिस्थापित करने पर,

$7 -3d+ 8d = 17$

$= 5d = 17-7= 10$

$d= \frac{10}{5} = 2$

d का मान समीकरण d में प्रतिस्थापित करने पर,

अब $Sn = \frac{n}{2} [2a+(n-1)x2]$

$= \frac{n}{2} [2x1+(n-1x2)]$

$= \frac{n}{2} [2+2n-2]$

$=\frac{n}{2} [2n] = nxn = n^2$

अतः दी गई A.P. के प्रथम n पदों का योग n^2 हैं।

प्र. 22 द ार्शाइए कि a_1, a_2..........., an से एक A.P. बनती हैं, यदि an नीचे दिए अनुसार परिभाशित है – (i) an = 9-5 n

साथ ही प्रत्येक स्थिति में, प्रथम 15 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल– n के विभिन्न मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

CBEO BHINDER

$a_1 = 9-5(1) = 4$

$a_2 = 9-5(2) = -1$

$a_3 = 9-5(3) = -6$

सार्वअन्तर (d) = $a_2-a_1 = -1-4 = -5$

और $a_3-a_2 = -6+1 = -5$

$a_2-a_1 = a_3-a_2 = -5$

अत : अनुक्रम 4, -1, -6 ....हैं।

यहां a= 4, d= -5 और n= 15

तब प्रथम 15 पदों का योगफल ज्ञात करना हैं।

$S_n = \frac{n}{2}\ [2a+(n-1)d]$

$S_{15} = \frac{15}{2}\ [2x4+(15-1)x(-5)]$

$= \frac{15}{2}\ [8+14x(-5)]$

$= \frac{15}{2}\ [8-70]$

$= \frac{15}{2}x\ (-62) = 15x(-31) = -465$

अत : $S_{15} = -465$

प्र.23 0 से 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

हल– 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं की सूची –

1, 3, 5, 7 ...., 49

प्रथम पद a= 1, सार्वअन्तर d= 3-1= 2, an = 49

an = 49

a+ (n-1) d = 49

= 1+ (n-1) 2 = 49

= (n-1)2 =49

= (n-1) 2 = 48

= (n-1) = 24

CBEO BHINDER

$= n = 25$

A.P.: 1, 3, 5, 7 .... का 25 पदों का योगफल

$= S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{25} = \frac{25}{2}$ [2x1+(25-1)x2]

$= \frac{25}{2}$ [2+24x2]

$= \frac{25}{2}$ [2+48] $= \frac{25}{2}$ x 50 = 625

अतः 0 और 50 के बीच विषम संख्याओं का योगफल =625

CBEO BHINDER

प्रश्नावली – 6

ज्यामिती

1. बिन्दु (4,-3) किस चतुर्थांश में है?
   अ. प्रथम ब. द्वितीय
   स. तृतीय द चतुर्थ
2. कात्तीर्य तल में स्थित किसी बिन्दु (6, 4) के कोटि का मान होगा।
   अ. प्रथम ब. द्वितीय
   स. तृतीय द चतुर्थ
3. बिन्दु (2,3) एवं , (-2,3) के बीच की दूरी होगी।
   अ. 6 ब. 4
   स. $\sqrt{3}$ द. 5
4. बिन्दु (2, 3) की दूरी मूल बिन्दु से होगी –
   अ. 2 ब. $\sqrt{13}$
   स. $2\sqrt{3}$ द. कोई नहीं
5. बिन्दु A (8,10) तथा B (4,6) को मिलाने वाली रेखा के मध्यबिन्दू का नियामक है।
   (a) (6, 8) (b) (8, 6) (c) (8, 4) (d) (4, 8)
6. बिन्दु A (4,5) तथा B (6,5) को मिलाने वाली रेखा का मध्यबिन्दू है।
   (a) (5, 4) (b) (5, 5) (c) (4, 5) (d) (4, 3)
7. बिन्दुओं A (-5,7) और B (-1,3) के बिच की दूरी है।
   (a) $2\sqrt{2}$ (b) $3\sqrt{2}$ (c) $4\sqrt{2}$ (d) $5\sqrt{2}$
8. बिन्दुओं A (2,3) एवं B (4,1) के बिच की दूरी होगी –
   (a) $2\sqrt{2}$ इकाई (b) $2\sqrt{13}$ इकाई
   (c) $2\sqrt{10}$ इकाई (d) $4\sqrt{2}$ इकाई
9. किसी बिन्दू की अक्ष से दूरी उस बिन्दु का कहलाता है –
   (a) y-निर्देशांक (b) x-निर्देशांक (c) कोटि (d) y-अक्ष
10. बिन्दू (1,5) किस चतुर्थांश में स्थित है।
   (a) प्रथम (b) द्वितीय (c) तृतीय (d) चतुर्थ
11. बिन्दू (-4,3) की स्थिति किस पाद में है।
   (a) प्रथम पद (b) द्वितीय पाद (c) तृतीय पाद (d) चतुर्थ पाद
12. किसी बिन्दु की x अक्ष से दूरी उस बिन्दु की कहलाती है।
   (a) भुज (b) कोटि (c) अक्ष (d) आलेख
13. बिन्दू (-3,-5) किस चतुर्थांश में स्थित है।
   (a) I (b) II (c) III (d) IV

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
D	B	B	C	A	B	C	A	B	B	B	B	A

प्रश्न 1) दूरी सूत्र क्या है?

उत्तर – दूरी सूत्र द्वारा दो बिंदुओं $P(x_1,y_1)$ और $Q(x_2,y_2)$ के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

प्रश्न 2) मूल बिंदु से बिंदु (x,y) की दूरी क्या होती है?

उत्तर – मूल बिंदु से बिंदु (x,y) की दूरी $= \sqrt{x^2 + y^2}$

प्रश्न 3) आंतरिक और बाह्य विभाजन के लिए विभाजन सूत्र लिखें।

उत्तर – आंतरिक विभाजन के लिए विभाजन सूत्र ⇒

$x = (m_1x_2 + m_2x_1)/(m_1 + m_2)$ और $y = (m_1y_2 + m_2y_1)/(m_1 + m_2)$

बाह्य विभाजन के लिए विभाजन सूत्र ⇒

$x = (m_1x_2 - m_2x_1)/(m_1 - m_2)$ और $y = (m_1y_2 - m_2y_1)/(m_1 - m_2)$

प्रश्न 4 यदि एक रेखाखंड दो बिंदुओं (x_1,y_1) और (x_2,y_2) को मिलाता है, तो इसके मध्य बिंदु के निर्देशांक क्या होंगे?

उत्तर – $[(x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2]$

CBEO BIHER

प्रश्न – 1

x- अक्ष मान पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो (2,-5) और (-2,9) से समदूरस्थ हैं|

हल : माना A(2, -5), B(-2, 9), तथा X-अक्ष पर बिंदु P(x, 0), हैं |

अत: $AP^2 = BP^2$ (चूँकि A तथा B बिंदु P से समदूरस्थ है)

$$[\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}]^2 = [\sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}]^2$$

=> $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2$

=> $(2 - x)^2 + (-5 - 0)^2 = (-2 - x)^2 + (9 - 0)^2$

=> $(2)^2 - 2.2.x + (x)^2 + (-5)^2 = (-2)^2 - 2.-2.x + (x)^2 + (9)^2$

=> $4 - 4x + x^2 + 25 = 4 + 4x + x^2 + 81$

=> $x^2 - 4x + 29 = x^2 + 4x + 85$

=> $x^2 - x^2 - 85 + 29 = 4x + 4x$

=> $-56 = 8x$

=> $x = \frac{-56}{8}$

=> $x = -7$

अत: X-अक्ष पर बिंदु P (-7, 0) है |

प्रश्न – 2

y का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिन्दु P(2,-3) और Q(10,y) के बीच की दुरी 10 मात्रक है |

हल : बिंदु P(2, - 3)और Q(10, y) हैं तथा दोनों बिन्दुओं का मात्रक 10 हैं |

∴ दुरी सूत्र से

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

दोनों तरफ वर्ग करने पर,

$10^2 = (10 - 2)^2 + (y + 3)^2$

$100 = 8^2 + y^2 + 6y + 9$

$100 = 64 + y^2 + 6y + 9$

$100 = 73 + y^2 + 6y$

$100 - 73 = y^2 + 6y$

$y^2 + 6y = 27$

$y^2 + 6y - 27 = 0$

$y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$

$y(y + 9) - 3(y + 9) = 0$

$(y + 9)(y - 3) = 0$

$y + 9 = 0$ तथा $y - 3 = 0$

अतः $y = -9$ तथा $y = 3$

अतः y का एक मान 3 तथा -9 हैं |

प्रश्न – 3

x और y में एक ऐसा संबध ज्ञात कीजिए कि बिन्दु (x, y) बिन्दुओं (3, 6) और (-3, 4) से समदूरस्थ हो |

हल : माना बिदुएँ P(x, y) तथा A(3, 6) और B(-3, 4)

AP तथा BP समदूरस्थ हैं |

इसलिए, AP = BP

इसलिए, AP = BP

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$AP^2 = BP^2$

$(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = (x + 3)^2 + (y - 4)^2$

$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16$

$-6x - 12y + 36 = 6x - 8y + 16$

$36 - 16 = 6x + 6x - 8y + 12y$

$20 = 12x + 4y$

$12x + 4y = 20$

$4(3x + y) = 20$

$3x + y =$

$3x + y = 5$

$3x + y - 5 = 0$

4. उस बिन्दू के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (-1,7) और (4,-3) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

हल: माना वांछित बिन्दु $P(x, y)$ है।

यहाँ रेखाखण्ड के अन्तः बिन्दु हैं $(-1, 7)$ और $(4, -3)$

चूंकि अनुपात $= 2 : 3 = m_1 : m_2$

$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} = \frac{(2 \times 4) + 3 \times (-1)}{2 + 3} = \frac{8 - 3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

और $$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times (-3) + (3 \times 7)}{2 + 3} = \frac{-6 + 21}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

इस प्रकार अभीष्ठ बिन्दु **(1, 3)** हैं।

5. बिन्दुओं (-3,10) और (6,-8) को जोडने वाले रेखाखंड को बिन्दु (-1,6) किस अनुपात में विभाजित करता है।

हल: माना दिए गए बिन्दुओं के निर्देशांक हैं: A(– 3, 10) और B(6, – 8)

माना बिन्दु P(– 1, 6) रेखाखण्ड AB को $m_1 : m_2$ के अनुपात में विभाजित करता है।

∴ विभाजन सूत्र से हमें प्राप्त होता है:

$$(-1, 6) = \left(\frac{x_2 m_1 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad (-1, 6) = \left(\frac{(m_1 \times 6) + [m_2 \times (-3)]}{m_1 + m_2}, \frac{[m_1(-8)] + (m_2 \times 10)}{m_1 + m_2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad (-1, 6) = \frac{6m_1 + (-3m_2)}{m_1 + m_2}, \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \quad -1 = \frac{6m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{और} \quad 6 = \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \quad -1(m_1 + m_2) = 6m_1 - 3m_2 \quad \text{और} \quad 6(m_1 + m_2) = -8m_1 + 10m_2$$

$$\Rightarrow \quad -m_1 - m_2 - 6m_1 + 3m_2 = 0 \quad \text{और} \quad 6m_1 + 6m_2 + 8m_1 - 10m_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad -7m_1 + 2m_2 = 0 \quad \text{और} \quad 14m_1 - 4m_2 = 0 \quad \text{या} \quad 7m_1 - 2m_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2m_2 = 7m_1 \quad \text{और} \quad 7m_1 = 2m_2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7} \quad \text{और} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7}$$

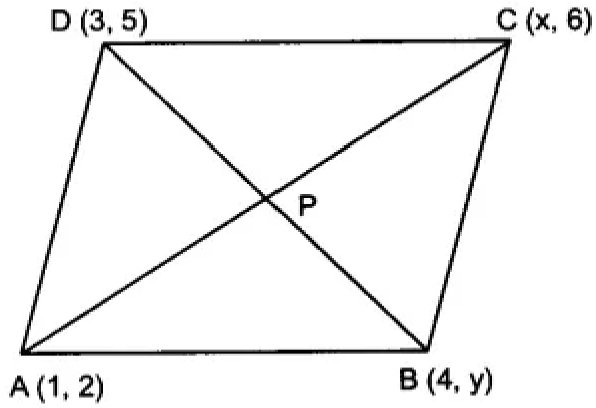
$$\Rightarrow \quad m_1 : m_2 = 2 : 7 \quad \text{और} \quad m_1 : m_2 = 2 : 7$$

इस प्रकार अभीष्ठ अनुपात **2 : 7** है।

6. यदि बिन्दु (1,2), (4,y),(x,6) और (3,5), इसी कम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिए।

हल: हमें समान्तर चतुर्भुज प्राप्त है, जिसके शीर्ष हैं:

A(1, 2), B(4, y), C(x, 6) और D(3, 5)



चूंकि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर बिन्दु P पर समद्विभाग करते हैं।

∴ P के निर्देशांक हैं:

$$X = \frac{x+1}{2} = \frac{3+4}{2}$$

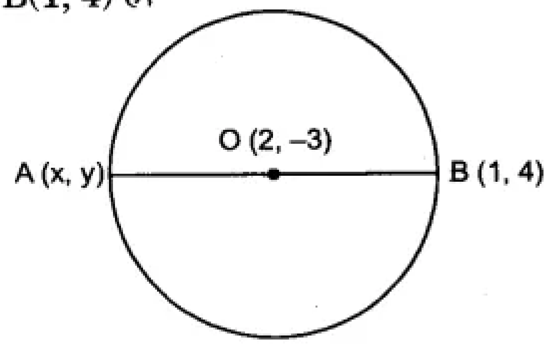
$\Rightarrow \quad x + 1 = 7 \quad \Rightarrow \quad x = 6$

$$Y = \frac{5+y}{2} = \frac{6+2}{2}$$

$\Rightarrow \quad 5 + y = 8 \quad \Rightarrow \quad y = 3$ इस प्रकार x और y के अभीष्ठ मान हैं: $\mathbf{x = 6, \quad y = 3}$

7. बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वुत का व्यास है जिसका केन्द्र (2,-3) है तथा B के निर्देशांक (1,4) हैं।

हल: यहाँ, वृत्त का केन्द्र O(2, – 3) है।
माना वृत्त के व्यास के अन्त बिन्दु $A(x, y)$ और B(1, 4) हैं।



चूंकि, वृत्त का केन्द्र इसके व्यास को समद्विभाजित करता है।

$$\therefore \quad 2 = \frac{x+1}{2}$$

$\Rightarrow \quad x + 1 = 4$ या $x = 3$

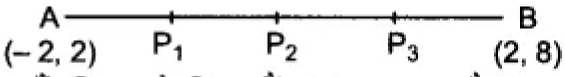
और $$-3 = \frac{y+4}{2}$$

$\Rightarrow \quad y + 4 = -6$ या $y = -10$

अत: A के निर्देशांक हैं **(3, – 10)**

8. बिन्दूओं A(-2,2) और B(2,8) को जोडने वाले रेखाखण्ड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल:



यहाँ, दिए गये बिन्दु हैं: A(– 2, 2) और B(2, 8)

माना P_1, P_2 और P_3 रेखाखंण्ड AB को चार समान भागों में विभाजित करते हैं:

$\because \quad AP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = P_3B$

स्पष्ट है कि P_2 रेखाखण्ड AB का मध्यबिन्दु है।

$\therefore \quad P_2$ के निर्देशांक हैं:

$$\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{2+8}{2}\right) \quad \text{या} \quad (0, 5)$$

पुन: P_1 रेखाखण्ड AP_2 का मध्यबिन्दु है।

$\therefore \quad P_1$ के निर्देशांक हैं:

$$\left(\frac{-2+0}{2}, \frac{2-5}{2}\right) \quad \text{या} \quad \left(-1, \frac{7}{2}\right)$$

और P_3 रेखाखण्ड P_2B का मध्य बिन्दु है।

$\therefore \quad P_3$ के निर्देशांक हैं:

$$\left(\frac{0+2}{2}, \frac{5+8}{2}\right) \quad \text{या} \quad \left(1, \frac{13}{2}\right)$$

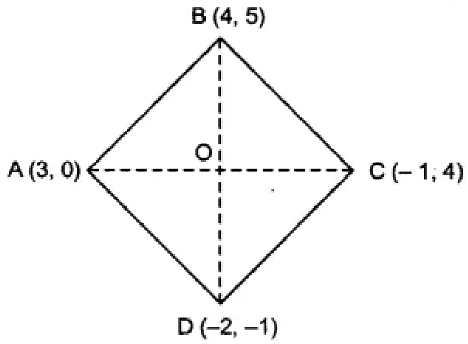
इस प्रकार P_1, P_2 और P_3 के निर्देशांक क्रमश: हैं:

$$\mathbf{(0, 5), \quad \left(-1, \frac{7}{2}\right) \quad \text{और} \quad \left(1, \frac{13}{2}\right)}$$

9. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष इसी कम में (3,0), (4,5), (-1,4) और (-2,-1) हैं।

हल: माना दिए गये समचतुर्भुज के शीर्ष निम्नांकित हैं:

A(3, 0), B(4, 5), C(– 1, 4) और D(– 2, – 1)



चूंकि, AC और BD समचतुर्भुज ABCD के विकर्ण हैं।

और विकर्ण AC $= \sqrt{(-1-3)^2 + (4-0)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$

तथा विकर्ण BD $= \sqrt{(-2-4)^2 + (-1-5)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{36+36} = 6\sqrt{2}$

चूंकि एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}$ (विकर्णों का गुणनफल)

$= \frac{1}{2}(AC \times BD)$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$ वर्ग इकाई

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times 6$ वर्ग इकाई

$= 4 \times 6$ वर्ग इकाई

= **24 वर्ग** इकाई

प्रश्नावली – 7

रचनाएँ

1. 7.6 सेमी. लंबा एक रेखाखंड खींचिए और इसे 5:8 अनुपात में विभाजित कीजिए। दोनो को मापिए।

हलः रचना के पद

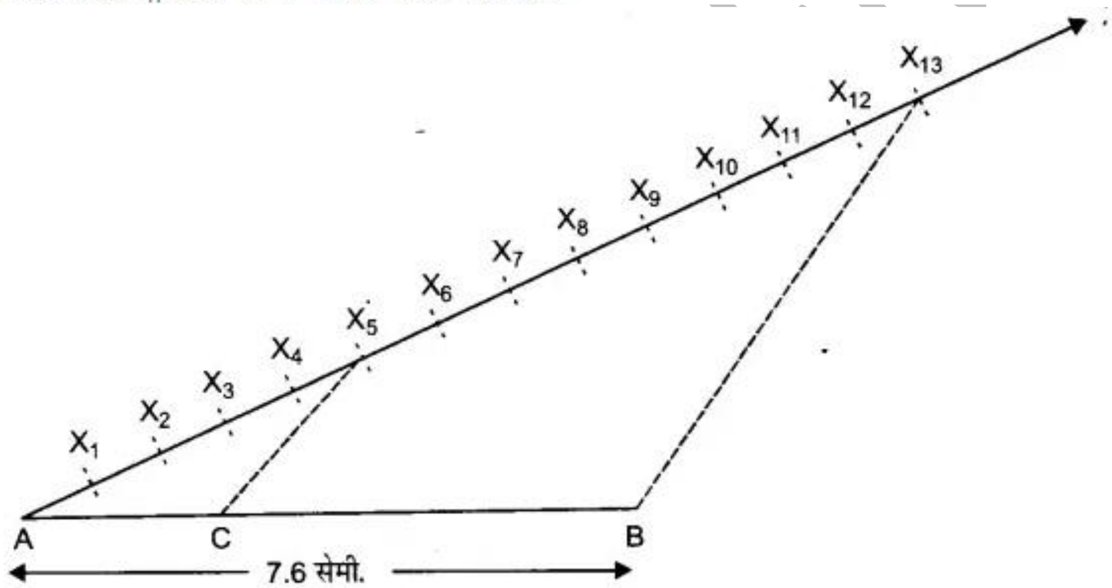
I. एक रेखाखंड AB = 7.6 सेमी खींचो।

II. एक किरण AX खींचो जो AB के साथ एक न्यून कोण बनाए।

III. किरण AX पर (8 + 5) = 13 समान खंड काटो और उन्हें $X_1, X_2, X_3, X_4, \ldots, X_{13}$ से अंकित करो।

IV. X_{13} को B से मिलाओ।

V. X_5 से $X_6C \parallel X_{13}B$ खींचो जो AB को C पर मिले।



इस प्रकार बिन्दु C रेखाखंड AB को 5 : 8 अनुपात में विभाजित करता है।
दोनों रेखाखंडों को मापने पर, हमें प्राप्त होता है AC = 4.7 सेमी., BC = 2.9 सेमी

इस प्रकार बिन्दु C रेखाखंड AB को 5 : 8 अनुपात में विभाजित करता है।
दोनों रेखाखंडों को मापने पर, हमें प्राप्त होता है AC = 4.7 सेमी., BC = 2.9 सेमी

सत्यापनः ΔABX_{13} और ΔACX_5 में हमें प्राप्त होता है:

$$C_5 \parallel B_{13}$$

$$\therefore \quad \frac{AC}{CB} = \frac{A_5}{X_5X_{13}} = \frac{5}{8}$$

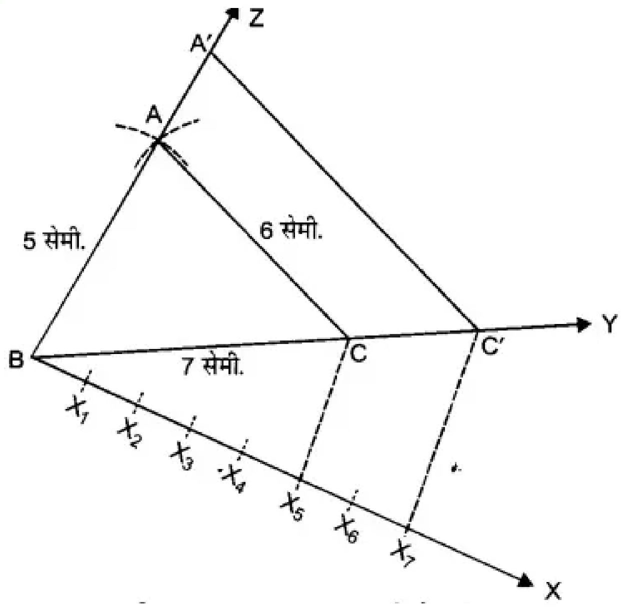
$$\Rightarrow \quad AC : CB = 5 : 8.$$

2 5 cm, 6cm और 7cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की 7/5 गुनी हो|

हलः

रचना के पद

I. एक त्रिभुज ABC की रचना इस प्रकार कीजिए जिसमें AB = 5 सेमी., BC = 7 सेमी. और AC = 6 सेमी. है।



II. एक किरण BX इस प्रकार खींचो की ∠CBX एक न्यून कोण हो।

III. BX पर 7 बिन्दु $X_1, X_2, X_3, X_4, \ldots, X_7$ अंकित करो।

IV. X_5 और C को मिलाओ।

V. बिन्दु X_7 से $X_5C \parallel X_7C'$ खींचो जो BC (बढ़ाने पर) को C पर काटे।

VI. C' से CA के समान्तर एक रेखा खींचो जो BA (बढ़ाने पर) को A' पर काटे।

इस प्रकार ΔABC अभीष्ठ त्रिभुज है।

सत्यापनः रचना से, हमें प्राप्त होता है कि

C'A' || CA

AA' समरूपता से हमें प्राप्त होता है:

ΔABC ~ ΔA'B'C'

$$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} \text{ तथा } X_7C' \parallel X_5C$$

[रचना द्वारा]

$$\therefore \quad \Delta BX_7C' \sim \Delta BX_5C \Rightarrow \frac{BC}{BC'} = \frac{BX_5}{BX_7}$$

$$\therefore \quad \frac{BX_5}{BX_7} = \frac{5}{7}$$

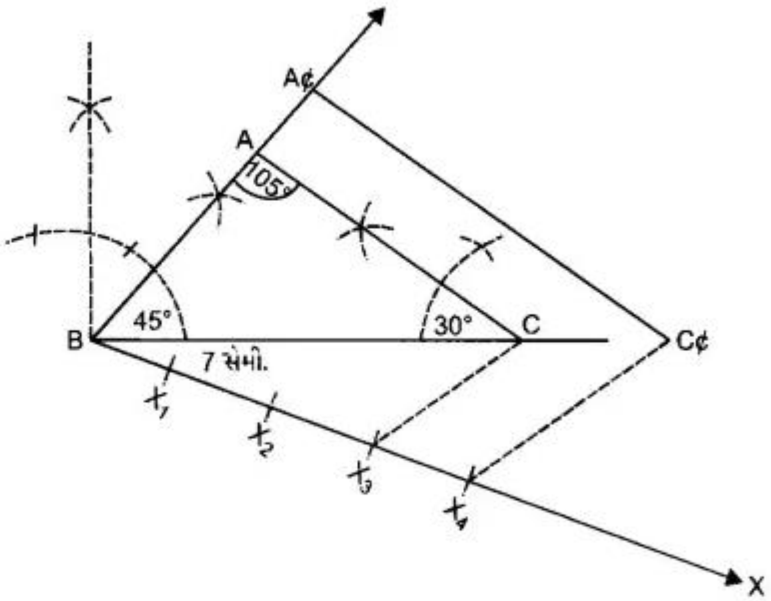
$$\Rightarrow \quad \frac{BC}{BC'} = \frac{5}{7} \text{ or } \frac{BC'}{BC} = \frac{7}{5}$$

$$\therefore \quad \frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{7}{5}.$$

3 एक त्रिभुज ABC बनाइए, जिसमें BC = 7 cm, angle B = 45° , angle A = 105° हो| फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं की 4/3 गुनी हों |

हल:

रचना के पद



I. एक ΔABC की रचना इस प्रकार करो कि BC = 7 सेमी, $\angle B = 45°$ और $\angle A = 105°$ हो।

II. एक किरण BX इस प्रकार खींचो कि $\angle CBX$ एक न्यून कोण हो।

III. BX पर चार बिन्दु X_1, X_2, X_3 और X_4 इस प्रकार अंकित करो कि:

$BX_1 = X_1X_2 = X_2X_3 = X_3X_4$ हो।

IV. X_3 और C को मिलाओ।

V. $X_4C' \parallel X_3C$ इस प्रकार खींचो कि C', BC (बढ़ाने पर) को मिले।

VI. C' से CA के समान्तर एक रेखा खींचो जो BA (बढ़ाने पर) को A' पर मिले।

इस प्रकार ΔABC अभीष्ठ त्रिभुज है।

सत्यापन: रचना से हमें प्राप्त है कि:

$$C'A' \parallel CA$$

$$\therefore \quad \Delta ABC \sim \Delta A'BC' \quad \text{[AA समरूपता से]}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} \quad \ldots(1)$$

पुनः रचना से,

$$X_4C' \parallel X_3C$$

$$\therefore \quad \Delta BX_4C' \sim \Delta BX_3C$$

$$\Rightarrow \quad \frac{BC'}{BC} = \frac{BX_4}{BX_3}$$

परन्तु $$\frac{BX_4}{BX_3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{BC'}{BC} = \frac{4}{3} \quad \ldots(2)$$

(1) और (2) से, हमें प्राप्त है कि:

$$\Rightarrow \quad \frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{4}{3}$$

4 6 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए | केंद्र से 10 cm दूरी स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए और उनकी लंबाइयाँ मापिए |

हल:

रचना के पद

I. एक बिन्दु 0 अंकित करो।

II. केन्द्र O और त्रिज्या 6 सेमी से एक वृत्त खींचो।

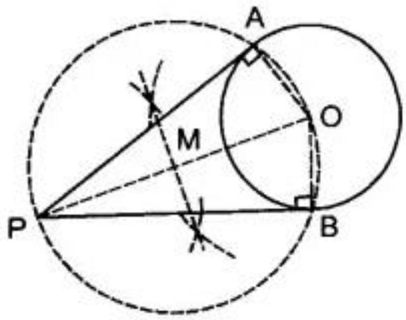
III. केन्द्र से 10 सेमी की दूरी पर एक बिन्दु P अंकित करो।

IV. O और P को मिलाओ।

V. OP को M पर समद्विभाजित करो।

VI. बिन्दु M को केन्द्र लेकर MO या MP के समान त्रिज्या से एक वृत्त खींचो जो दिए गये वृत्त को A और B पर काटे।

VII. PA और PB को मिलाओ। इस प्रकार, PA और PB दो अभिष्ठ स्पर्श रेखाएँ हैं। मापने पर, PA = PB = 9.6 सेमी.



सत्यापन: OA और OB को मिलाओ चूँकि OP एक व्यास है।

$\angle OAP = 90°$; $\angle OBP = 90°$ [अर्धवृत्त में बने कोण]

पुन: OA और OB एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं।

PA और PB वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ है।

5 3 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए | इसके किसी भी बढाए गए व्यास पर केंद्र से 7 cm की दूरी पर स्थित दो बिन्दु P और Q लीजिए | इन दोनों बिन्दुओं से वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ खींचिए |

हल:

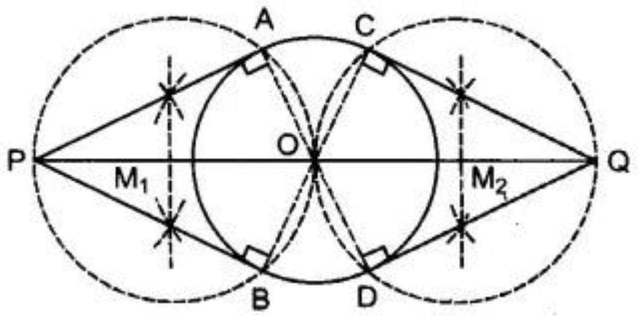
रचना के पद

I. केन्द्र O और त्रिज्या 3 सेमी का एक वृत्त खींचो।

II. उक्त वृत्त के व्यास को बढ़ाकर, इस पर दो बिन्दु P और 9 इस प्रकार अंकित कीजिए कि:

OP = OQ = 7 सेमी

III. OP और OQ के मध्य बिन्दु क्रमश: M1 और M2 ज्ञात कीजिए।



IV. M_1 को केन्द्र व M_1P को त्रिज्या मानकर एक वृत्त खींचो जो वृत्त को A और B पर काटे।

V. PA और PB को मिलाओ। PA और PB अभीष्ठ स्पर्श रेखाएँ हैं।

VI. अब OQ के मध्य बिन्दु M_2 और M_2O के समान त्रिज्या लेकर वृत्त खींचो जो दिए गये वृत्त को C और D पर काटे।

VII. OC और OD को मिलाओ। इस प्रकार OQ और QD अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।

सत्यापनः OA को मिलाओ।

$\angle OAP = 90°$

$PA \perp OA$

PA एक स्पर्श रेखा है।

इस प्रकार, $PB \perp OA$

PB एक स्पर्श रेखा है।

अब, OC को मिलाने पर

$\angle OCQ = 90°$

$QC \perp OC$

QC एक स्पर्श रेखा है।

इसी प्रकार, $QD \perp OC$ = QD एक स्पर्श रेखा है।

6 5 cm त्रिज्या के एक वृत्त पर ऐसी दो पार्ष रेखाएँ खींचिए, जो परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों।

हलः

रचना के पद

I. केन्द्र O और त्रिज्या = 5 सेमी से दिये गये वृत्त की रचना करो।

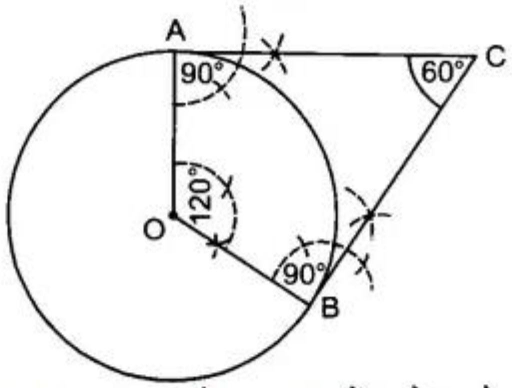
II. $\angle AOB = 120°$ बनाओ।

III. बिन्दु A से OA पर एक लम्ब खींचो।

IV. B से एक लम्ब OB पर खींचो।

V. उक्त लम्बों को C पर मिलने दो।

इस प्रकार CA तथा CB वृत्त की अभीष्ठ स्पर्श रेखाएँ है, जो परस्पर 60° पर झुकी हुई हैं।



सत्यापनः चतुभुर्ज OACB में, कोण-योग-गुण से

$120° + 90° + 90° + \angle ACB = 360°$

$\Rightarrow 300° + \angle ACB = 360°$

$\Rightarrow \angle ACB = 360° - 300° = 60°$

7 8 cm लंबा एक रेखाखंड AB खींचिए। A को केंद्र मान कर 4 cm त्रिज्या का एक वृत्त तथा B को केंद्र लेकर 3 cm त्रिज्या का एक अन्य वृत्त खींचिए। प्रत्येक वृत्त पर दूसरे वृत्त के केंद्र से स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

हलः

रचना के पद

I. A और B को मिलाओ।

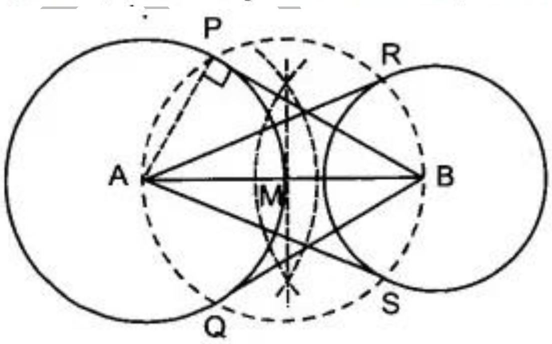
II. AB का लम्बसमद्विभाजक ज्ञात करो। माना AB का मध्य बिन्दु M है।

III. केन्द्र M और त्रिज्या = MA या MB लेकर एक वृत्त खींचो जो केन्द्र A वाले वृत्त को P और Q पर काटे, तथा केन्द्र B वाले वृत्त को R और S पर काटे।

IV. BP और BQ को मिलाओ। इस प्रकार, BP तथा BQ केन्द्र A वाले वृत्त पर B से अभीष्ठ स्पर्श रेखाएँ है।

V. अब, RA और SA को मिलाओ।

इस प्रकार, केन्द्र B वाले वृत्त पर A से स्पर्श रेखाएँ RA तथा SA हैं।



सत्यापनः A और P को मिलाने पर,

$\angle APB = 90°$

$BP \perp AP$

परन्तु AP, केन्द्र A वाले वृत्त की त्रिज्या है।

केन्द्र A वाले वृत्त पर AP एक स्पर्श रेखा है।

इसी प्रकार, BQ भी केन्द्र A वाले वृत्त पर एक स्पर्श रेखा है। केन्द्र B वाले वृत्त पर भी उक्त प्रकार से AR और AS स्पर्श रेखाएँ हैं।

8 माना ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें AB = 6 cm, BC cm तथा angle =B = 90° है | B से AC पर BD लंब है | बिन्दुओं B,C,D से होकर जाने वाला एक वृत्त खींचा गया है | A से इस वृत्त प[पर स्पर्श रेखा की रचना कीजिए |

हलः रचना के पद

I. AB = 6 सेमी, BC = 8 सेमी तथा ∠B = 90° मापों से ΔABC की रचना करो।

II. BD ⊥ AC खींचो।

III. B, C और D से होकर एक वृत्त खींचो।

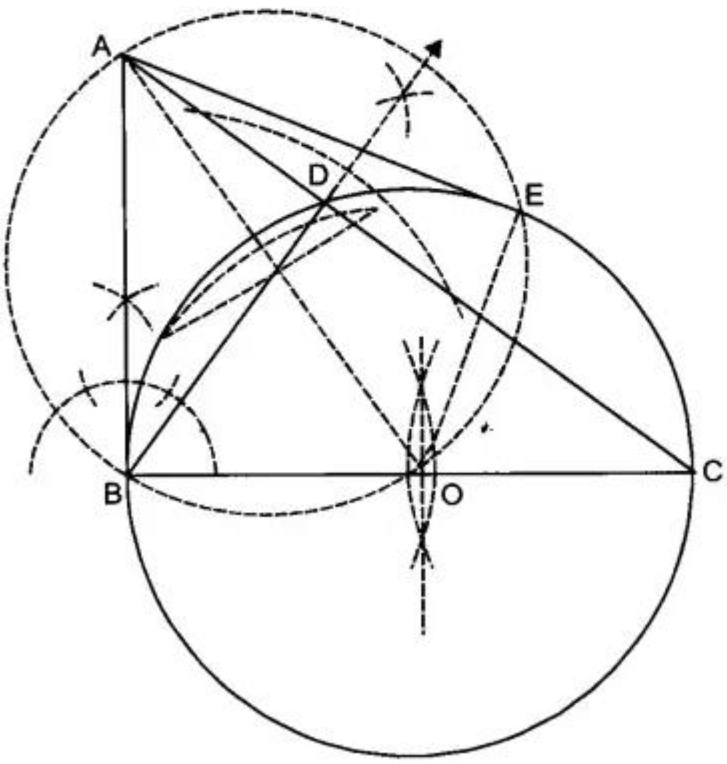
IV. AO को मिलाओ।

V. AO को M पर समद्विभाजित करो।

VI. केन्द्र M और त्रिज्या MA लेकर एक वृत्त खींचो जो दिये गये वृत्त को B और E पर काटता है।

VII. AB और AE को मिलाओ।

इस प्रकार बिन्दु A से दिए गये वृत्त पर AB और AE स्पर्श रेखाएँ हैं।



सत्यापनः OE को मिलाने पर,

∠AEO = 90° [अर्धवृत्त में बनी कोण]

AE ⊥ OE

परन्तु OE, दिए गये वृत्त की एक त्रिज्या है।

AE वृत्त की एक स्पर्श रेखा है।

इसी प्रकार, AB भी दिए गये वृत्त की एक स्पर्श रेखा है।

प्रश्नावली – 8

त्रिकोणमिती का परिचय

1. यदि $\tan A = \frac{8}{15}$ जहाँ $0 < A < 90°$ तो $\sin A$ का मान है

(A) $\frac{15}{17}$ (B) $\frac{8}{17}$

(C) $\frac{17}{15}$ (D) $\frac{17}{8}$ **[उत्तर : (B)]**

2. tan 60 **का मान हैं** –

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 1 (D) ∞

Ans – B

3. $sec^2\vartheta - 1$ का मान है ।

(A) $\text{cosec}^2\,\theta$ (B) $\sin^2\theta$

(C) $\tan^2\theta$ (D) $\cot^2\theta$ **[उत्तर : (C)]**

4. यदि A + B = 90 तो cos A बराबर होगा।

(A) $\cos B$ (B) $\sin A$

(C) $\sin B$ (D) $\cos A$ Ans – C

5. यदि $\theta = 45$ हो तो $cos^2\vartheta - sin^2\theta$ का मान इनमें से कौन सा होगा।

(A) 0 (B) 1/2

(C) 1 (D) 3/2 **[उत्तर : (A)]**

6. $sin^2 18 + sin^2 72$ का मान होगा।

A. 0 B. 1

C. $2\,sin^2 18$ D. $2sin^2 72$ Ans - B

7 $\frac{1 - \tan^2 45°}{1 + \tan^2 45°}$ बराबर होगा।

(A) tan 90° (B) 1

(C) sin 45° (D) 0 **[उत्तर : (D)]**

8 $\frac{2 \tan 30°}{1 - \tan^2 30°}$ बराबर है

(A) $\cos 60°$ (B) $\sin 60°$

(C) $\tan 60°$ (D) $\sin 30°$ [उत्तर : (C)]

9 $\sin 2A = 2 \sin A$ तब सत्य होता जबकि A बराबर है

(A) 0° (B) 30°

(C) 45° (D) 60° [उत्तर : (A)]

10 $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$ बराबर है

(A) 1 (B) 9

(C) 8 (D) 0 [उत्तर : (B)]

11 यदि $\sqrt{3} \operatorname{cosec} \theta = 2$ हो, तो θ का मान होगा

(A) 60° (B) 45°

(C) 30° (D) 0°

उत्तर A

12 यदि $\sqrt{3} \sec \theta = 2$ हो, तो θ का मान होगा

(A) 0° (B) 30°

(C) 45° (D) 60° [उत्तर : (B)]

13 यदि $\sin \theta = \frac{3}{5}$ हो तो $\cos \theta$ का मान होगा

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{3}{5}$ [उत्तर : (A)]

14 $\frac{2 \sin 38°}{\cos 52°}$ का मान है

(A) 2 (B) 1

(C) 3 (D) 4

उत्तर – अ

15 $\cos^4 A - \sin^4 A$ बराबर होगा

(A) $2 \cos^2 A + 1$ (B) $2 \cos^2 A - 1$

(C) $2 \sin^2 A - 1$ (D) $2 \sin^2 A + 1$ [उत्तर : (B)]

HINDER

16 . यदि $\tan\theta = \frac{3}{4}$, तो $\sin\theta$ का मान होगा

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ [उत्तर : (A)]

17 यदि $\tan\theta = \frac{8}{15}$, तो $\cos\theta$ का मान होगा

(A) $\frac{8}{17}$ (B) $\frac{15}{8}$ उत्तर – C

(C) $\frac{15}{17}$ (D) $\frac{17}{15}$

18 $\frac{2\cos 67°}{\sin 23°}$ का मान होगा

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3 [उत्तर : (C)]

Q.1 ABC में जिसका कोण B समकोण है, AB=24cm और BC = 7 cm है। निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए–

(i) sin A, cos A

(ii) sin C, cos C

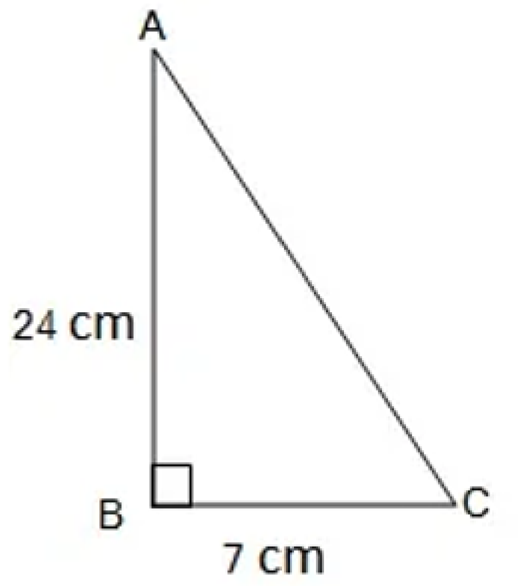
Solution:

समकोण त्रिभुज DABC में,

AB = 24 cm, BC = 7 cm

पाइथागोरस प्रमेय से,

O BHINDER



$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 24^2 + 7^2$

$= 576 + 49$

$= 625$

$AC = \sqrt{625} = 25$ cm

अब त्रिकोणमितिय अनुपात लेने पर

(i) sin A, cos A

$$\sin A = \frac{\text{A की सम्मुख भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$\cos A = \frac{\text{A की संलग्न भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

(ii) sin C, cos C

$$\sin C = \frac{\text{C की सम्मुख भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

$$\cos C = \frac{\text{C की संलग्न भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

नोट:

(i) सम्मुख भुजा का अर्थ सामने वाली भुजा होता है |

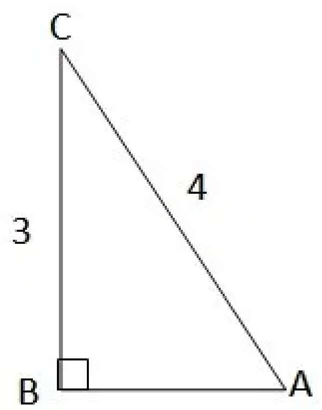
(ii) संलग्न भुजा का अर्थ साथ वाली (बगल वाली) भुजा होता है |

2 **यदि $\sin A = \frac{3}{4}$ तो cos A और tan A का मान परिकलित कीजिए |**

$\sin A = \frac{3}{4}$

A की सम्मुख भुजा = 3, समकोण की सम्मुख भुजा (कर्ण) = 4

पाइथागोरस प्रमेय से,



$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$4^2 = AB^2 + 3^2$

$16 = AB^2 + 9$

$AB^2 = 16 - 9 = 7$

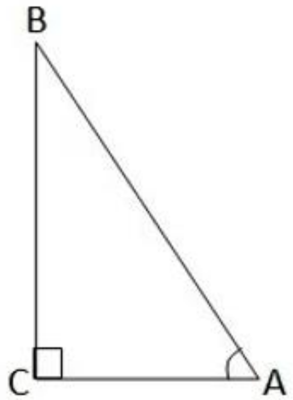
$AB = \sqrt{7}$

इसलिए, $\cos A = \frac{\text{A की संलग्न भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$$\tan A = \frac{\text{A की सम्मुख भुजा}}{\text{A की संलग्न भुजा}} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

Q.3 यदि $\angle A$ और $\angle B$ न्यून कोण हो, जहाँ $\cos A = \cos B$ तो दिखाइए कि $\angle A = \angle B$

Solution:



$$\cos A = \frac{\text{A की संलग्न भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{AC}{AB} \text{ .... (I)}$$

$$\cos B = \frac{\text{B की संलग्न भुजा}}{\text{समकोण की सम्मुख भुजा}} = \frac{BC}{AB} \text{ .... (II)}$$

दिया है : $\cos A = \cos B$

$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$ समी (i) तथा (ii) से

या $AC = BC$

अत: $\angle A = \angle B$ (बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

CBEO D

(i) sin 60° cos 30° + sin 30° cos 60°

हल: sin 60° cos 30° + sin 30° cos 60°

सभी त्रिकोंणमितीय अनुपातों का मान रखने पर

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Q.4 $\frac{\sin 30° + \tan 45° - \text{coses } 60°}{\sec 30° + \cos 60° + \cot 45°}$

हल: $\frac{\sin 30° + \tan 45° - \text{coses } 60°}{\sec 30° + \cos 60° + \cot 45°}$

$$= \frac{\frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} + 1}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}}}{\frac{4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 4}{4 + 3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3} - 4}{3\sqrt{3} + 4}$$

हर का परिमेइकरण करने पर

BHINDER

$= \frac{3\sqrt{3}-4}{3\sqrt{3}+4} \times \frac{3\sqrt{3}-4}{3\sqrt{3}-4}$

$= \frac{(3\sqrt{3}-4)^2}{(3\sqrt{3})^2-4^2}$

$= \frac{27-24\sqrt{3}+16}{27-16}$ [$\because$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]

$= \frac{43-24\sqrt{3}}{11}$

Q.5 **यदि $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ और $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$; है और**

$0° < A + B \le 90°$; $A > B$ तो A और B का मान ज्ञात कीजिए |

हल: $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ .... (i) दिया है |

जबकि $\tan 60° = \sqrt{3}$ .... (ii)

समीकरण (i) और (ii) की तुलना करने पर

$\therefore \tan(A + B) = \tan 60°$

या $A + B = 60°$ .... (iii)

इसीप्रकार,

$\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ....(iv)

जबकि $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ....(v)

समीकरण (iv) और (v) की तुलना करने पर

$\therefore \tan(A - B) = \tan 30°$

या $A - B = 30°$ .... (vi)

BHINDER

समीकरण (iii) और (vi) जोड़ने पर

$A + B + A - B = 60^\circ + 30^\circ$

$\Rightarrow \quad 2A = 90^\circ$

$\Rightarrow \quad A = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

A का मान समीकरण (iii) में रखने पर

$A + B = 60^\circ$

$\Rightarrow 45^\circ + B = 60^\circ$

$\Rightarrow B = 60^\circ - 45^\circ$

$\Rightarrow B = 15^\circ$

$A = 45^\circ, B = 15^\circ$

6. Find the value –

$\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$

हल: $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$

$\Rightarrow \sin(90^\circ - 48^\circ) - \sin 42^\circ$

$\Rightarrow \sin 42^\circ - \sin 42^\circ = 0$

E.O. FINDER

(ii) cos 38° cos 52° – sin 38° sin 52° = 0

हल: (ii) cos 38° cos 52° – sin 38° sin 52° = 0

LHS = cos 38° cos 52° sin 38° sin 52°

= sin (90° – 38°) cos 52° – cos (90° – 38°) sin 52°

= sin 52° cos 52° – cos 52° sin 52°

= sin 52° (cos 52° – cos 52°)

= sin 52° × 0

= 0

LHS = RHS

7. **यदि tan A = cot B, तो सिद्ध कीजिए कि A + B = 90°**

हल: tan A = cot B   दिया है।

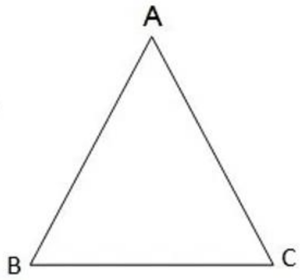
⇒ tan A = tan (90° – B) तुलना करने पर

⇒   A = 90° – B

⇒ A + B = 90° Proved

8 यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अंत: कोण हों, तो दिखाइए कि

$$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\frac{A}{2}$$



हल : A, B और C त्रिभुज ABC के अंत: कोण हैं

इसलिए, $A + B + C = 180°$

(त्रिभुज के तीनों कोणों का योग)

अथवा, $B + C = 180° - A$ ....(1)

अब, $RHS = \cos\frac{A}{2}$

$$= \sin\left(90° - \frac{A}{2}\right) \quad [\cos\theta = \sin(90° - \theta)]$$

$$= \sin\left(\frac{180° - A}{2}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{B+C}{2}\right)$$

LHS = RHS

9. सिद्ध करो –

$$(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \cot\theta - \mathrm{cosec}\theta)$$

Solution:

$$= \left(1 + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A}\right)\left(1 + \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A}\right)$$

$$= \left(\frac{\cos A + \sin A + 1}{\cos A}\right)\left(\frac{\sin A + \cos A - 1}{\sin A}\right)$$

$$= \left(\frac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{\sin A.\cos A}\right)$$

$$= \left(\frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A\cos A - 1}{\sin A.\cos A}\right)$$

$$= \left(\frac{1 + 2\sin A\cos A - 1}{\sin A.\cos A}\right)$$

$$= \frac{2\sin A\cos A}{\sin A.\cos A} = 2$$

Used Formula:

$\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\sec A = \frac{1}{\cos A}$

$\mathrm{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(ii) $(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \cot\theta - \mathrm{cosec}\theta)$

Solution:

$$= \left(1 + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A}\right)\left(1 + \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A}\right)$$

$$= \left(\frac{\cos A + \sin A + 1}{\cos A}\right)\left(\frac{\sin A + \cos A - 1}{\sin A}\right)$$

$$= \left(\frac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{\sin A.\cos A}\right)$$

$$= \left(\frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A\cos A - 1}{\sin A.\cos A}\right)$$

$$= \left(\frac{1 + 2\sin A\cos A - 1}{\sin A.\cos A}\right)$$

$$= \frac{2\sin A\cos A}{\sin A.\cos A} = 2$$

Used Formula:

$\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\sec A = \frac{1}{\cos A}$

$\mathrm{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

10. मान ज्ञात कीजिए –

$$\frac{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}{\cos^2 17^\circ + \cos^2 73^\circ}$$

Solution:

$$\frac{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}{\cos^2 17^\circ + \cos^2 73^\circ} = \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2(90^\circ - 27^\circ)}{\sin^2(90^\circ - 17^\circ) + \cos^2 73^\circ}$$

$$= \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2 63^\circ}{\sin^2 73^\circ + \cos^2 73^\circ} = \frac{1}{1} = 1$$

11 $(\text{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

Solution:

LHS = $(\text{cosec}\theta - \cot\theta)^2$

$$= \left(\frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = \frac{(1-\cos A)^2}{\sin^2 A}$$

$$= \frac{(1-\cos A)(1-\cos A)}{1-\cos^2 A}$$

$$= \frac{(1-\cos A)(1-\cos A)}{(1-\cos A)(1+\cos A)} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

अत: LHS = RHS proved

12 $\frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \sec\theta.\text{cosec}\theta$

Solution:

$$\text{LHS} = \frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta}$$

Cotθ के सभी पदों को tanθ में बदलने पर

$$= \frac{\tan\theta}{1-\frac{1}{\tan\theta}} + \frac{\frac{1}{\tan\theta}}{1-\tan\theta} = \frac{\tan\theta}{\frac{\tan\theta - 1}{\tan\theta}} + \frac{\frac{1}{\tan\theta}}{1-\tan\theta}$$

$$= \frac{\tan^2\theta}{\tan\theta - 1} + \frac{1}{\tan\theta(1-\tan\theta)}$$

$$= \frac{\tan^2\theta}{\tan\theta - 1} + \frac{1}{-\tan\theta(\tan\theta - 1)}$$

$$= \frac{\tan^2\theta}{\tan\theta - 1} - \frac{1}{\tan\theta(\tan\theta - 1)}$$

$$= \frac{\tan^3\theta - 1}{\tan\theta(\tan\theta - 1)}$$

$$= \frac{(\tan\theta-1)(\tan^2\theta + \tan\theta + 1)}{\tan\theta(\tan\theta - 1)}$$

$[\because x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2]$

$$= \frac{(\tan^2\theta + \tan\theta + 1)}{\tan\theta}$$

$$= \frac{\tan^2\theta}{\tan\theta} + \frac{\tan\theta}{\tan\theta} + \frac{1}{\tan\theta}$$

$$= \tan\theta + 1 + \cot\theta$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + 1 + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$\left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \textit{ and } \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right]$

$$= \frac{\sin^2\theta + \sin\theta.\cos\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta.\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}$$ $\left[\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = \mathbf{1}\right]$

$$= \frac{sin\theta.cos\theta + 1}{cos\theta sin\theta}$$

$$= \frac{sin\theta.cos\theta}{cos\theta sin\theta} + \frac{1}{cos\theta sin\theta}$$

$$= 1 + \frac{1}{cos\theta} . \frac{1}{sin\theta} \quad \left[\because \frac{1}{cos\theta} = sec\theta,\ \frac{1}{sin\theta} = cosec\theta\right]$$

$$= 1 + sec\theta.cosec\theta$$

Hence LHS = RHS proved

13 $$\frac{cosA - sinA + 1}{cosA + sinA - 1} = \text{cosec A + cot A}$$

Solution:

LHS = $\frac{cosA - sinA + 1}{cosA + sinA - 1}$

अंश और हर को sinA से भाग देने पर

$$= \frac{\frac{cosA}{sinA} - \frac{sinA}{sinA} + \frac{1}{sinA}}{\frac{cosA}{sinA} + \frac{sinA}{sinA} - \frac{1}{sinA}} = \frac{cotA - 1 + cosecA}{cotA + 1 - cosecA}$$

$$= \frac{cotA + cosecA - 1}{cotA + 1 - cosecA}$$

$$= \frac{(cosecA + cotA) - (cosec^2A - cot^2A)}{cotA + 1 - cosecA}$$

$$= \frac{(cosecA + cotA) - (cosecA + cotA)(cosecA - cotA)}{cotA + 1 - cosecA}$$

$$= \frac{(cosecA + cotA)[1 - (cosecA - cotA)]}{cotA + 1 - cosecA}$$

$$= \frac{(cosecA + cotA)(cotA+1 - cosecA)}{cotA+ 1- cosecA}$$

$$= cosecA + cotA$$

LHS = RHS

14 $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-sinA}}$ **= sec A + tanA**

Solution:

$$\text{LHS} = \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-sinA}} = \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-sinA}}$$

हर का परिमेइकरण करने पर

$$= \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-sinA}} \times \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1+sinA}}$$

$$= \frac{(\sqrt{1+\sin A}\ )^2}{\sqrt{1-sin^2 A}} = \frac{1+\sin A}{\sqrt{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1+\sin A}{\text{cosA}} = \frac{1}{\text{cosA}} + \frac{\text{sinA}}{\text{cosA}}$$

$$= \sec A + \tan A$$

वाया पक्ष = दायाँ पक्ष

15 $\left(\frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}\right) = \left(\frac{1-\tan A}{1-\cot A}\right)^2 = \tan^2 A$

Solution:

$$\text{LHS} = \left(\frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}\right)$$

$$= \left(\frac{1+\tan^2 A}{1+\frac{1}{\tan^2 A}}\right)$$

$$= \left(\frac{1+\tan^2 A}{\frac{\tan^2 A+1}{\tan^2 A}}\right)$$

$$= \frac{1+\tan^2 A}{1} \times \frac{\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$$

$$= \tan^2 A$$

$$\text{LHS-II} = \left(\frac{1-\tan A}{1-\cot A}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1-\tan A}{1-\frac{1}{\tan A}}\right)^2 = \left(\frac{1-\tan A}{\frac{\tan A-1}{\tan A}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1-\tan A}{1} \times \frac{\tan A}{\tan A-1}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1-\tan A}{1} \times \frac{\tan A}{-(1-\tan A)}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1-\tan A}{1} \times \frac{-\tan A}{(1-\tan A)}\right)^2$$

$$= (-\tan A)^2$$

$$= \tan^2 A$$

NDER

प्रश्नावली – 9

सांख्यिकि

1. 3, 4 ,7,2,7,6,7,9 का बहुलक होगा।
   (a) 2 (b) 3 (c) 7 (d) 9

2. 3, 5 ,2, 5, 7, 5, 8, 5 का बहुलक होगा।
   (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 8

3. किसी बारंबारता का बहुलक होता है।
   (a) कम से कम बारंबारता मान (b) माध्यतम मान
   (c) अधिकतम बारंबारता मान (d) इनमें कोई नहीं

4. 1,3,0,3,1,3 का बहुलक होता है।
   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

5. 5, 3, 7, 6, 4, 2, 1 की माध्यिका है।
   (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

6. प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं का माध्य कौन होगा।
   (a) 3 (b) 2 (c) 25 (d) 4

7. प्रथम तीन लगातार प्राकृत संख्याओं का माध्य होगा।
   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

8. संचयी बारंबारता वक कहलाती है।
   (a) तोरण (b) आयत चित्र
   (c) दण्डालेख (d) बारंबारता बहुभुज

9. यदि x, 3,4,5 का माध्य 4 हो, तो x का मान होगा।
   (a) 4 (b) 0 (c) 60 (d) 10

10. प्राप्तांको 7, 3, 5, 12, 10, 9 की माध्यिका है।
    (a) 8 (b) 7 (c) 10 (d) 5

11. 3, 5, 4, 3, 2, 3, 1, 3 का बहुलक है।
    (a) 1 (b) 5 (c) 4 (d) 3

12. 7, 6, 4, 8, 9 की माध्यिका है।
    (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

13. P,Q,R का गणितिय माध्य निम्नलिखित में से कौन सा होगा।
    (a) $p+q+r$ (b) $\frac{pqr}{3}$ (c) q (d) $\frac{p+q+r}{3}$

14. प्रथम पाँच प्राकृत संख्याओं का माध्य निम्नलिखित मे है–
    (a) 5 (b) 3 (c) 15 (d) $5\sqrt{3}$

15. निम्नलिखित वितरण में बहुलक वर्ग क्या है –

वर्ग अ०	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
बारम्बारता	15	20	25	15	45

(a) 10–20 (b) 20–30 (c) 30–40 (d) 40–50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	C	D	C	B	B	A	A	A
11	12	13	14	15					
D	B	D	B	D					

Q1. विधार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण संचेतना अभियान के अन्तर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक मोहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से संबंधित निम्नलिखित आँकड़े एकत्रित किए। प्रति घर पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

पौधों की संख्या	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों ?

हल :

$$\text{वर्ग चिन्ह } (x_i) = \frac{\text{ऊँच सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

$$f_i x_i = (f_i) \times (x_i) \Rightarrow 1 \times 1 = 1$$

पौधों की संख्या C-I	घरों की संख्या (f_i)	x_i	$f_i x_i$
0 - 2	1	1	1
2 - 4	2	3	6
4 - 6	1	5	5
6 - 8	5	7	35
8 - 10	6	9	54
10 - 12	2	11	22
12 - 14	3	13	39
Total	$\sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 162$

माध्य $(\bar{X}) = \frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{162}{20} = 8.1$

2 . निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेबखर्च दर्शाता है | माध्य जेबखर्च 18 रू है | लुप्त बारंबारता f ज्ञात कीजिए :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	बच्चों की संख्या	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
11 - 13	7	12	12 - 18 = - 6	- 42
13 - 15	6	14	14 - 18 = - 4	- 24
15 - 17	9	16	16 - 18= - 2	- 18
17 - 19	13	a = 18	18 - 18 = 0	0
19 - 21	f	20	20 - 18 = 2	2f
21 - 23	5	22	22 - 18 = 4	20
23 - 25	4	24	24 - 18 = 6	24
कुल (Total)	$\Sigma f_i = 44 + f$			2f - 40

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma fidi = 2f - 40$, $\Sigma fi = 44 + f$ और $a = 18$,

माध्य जेब खर्च $(\bar{X})$ = ₹ 18

माध्य $(\bar{X}) = a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$$18 = 18 + \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$18 - 18 = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$\frac{0}{1} = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$2f - 40 = 0$

$2f = 40$

$f = \frac{40}{2} = 20$

$f = 20$

अत: लुप्त बारंबारता 20 है |

3 किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पंदन (beat) की प्रति मिनट संख्या नोट करके नीचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई | एक उपयुक्त विधि चुनते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	65 - 68	68 - 71	71 - 74	74 - 77	77 - 80	80 - 83	83 - 86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

हल :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	महिलाओं की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
65 - 68	2	66.5	– 9	– 18
68 - 71	4	69.5	– 6	– 24
71 - 74	3	72.5	– 3	– 9
74 - 77	8	a = 75.5	0	0
77 - 80	7	78.5	3	21
80 - 83	4	81.5	6	24
83 - 86	2	84.5	9	18
Total	$\Sigma f_i = 30$			12

माध्य $(\bar{X}) = a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= 75.5 + \frac{12}{30}$

$= 75.5 + \frac{4}{10}$

$= 75.5 + 0.4$

$= 75.9$

अत: महिलाओं के ह्रदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या = 75.9 है |

4 निम्नलिखित बारंबारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली कि मासिक खपत दर्शाता है | इन आँकड़ों के माध्यक, माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिए | इनकी तुलना कीजिए |

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या
65 – 85	4
85 – 105	5
105 – 125	13
125 – 145	20
145 – 165	14
165 – 185	8
185 – 205	4

हल :

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या	x_i	संचयी बारंबारता (c.f)	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$, h = 20	f_iu_i
65 – 85	4	75	4	– 60	– 3	– 12
85 – 105	5	95	4 + 5 = 9	– 40	– 2	– 10
105 – 125	13 = f_0	115	9 + 13 = 22	– 20	– 1	– 13
125 – 145	20 = f_1	135=a	22 + 20 = 42	0	0	0
145 – 165	14 = f_2	155	42 + 14 = 56	20	1	14
165 – 185	8	175	56 + 8 = 64	40	2	16
185 – 205	4	195	64 + 4 = 68	60	3	12
total	N=68					7

माध्यक (Median) के लिए :

N = 68 और $\frac{N}{2} = \frac{68}{2} = 34$

34 संचयी बारंबारता के 42 में शामिल है |

इसलिए, माध्यक वर्ग 125 – 145 है |

अत: l = 125, f = 20, cf = 22 (माध्यक वर्ग से ठीक ऊपर वाला संचयी बारंबारता) और

h = 20,

$$\text{माध्यक (Median)} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times h$$

$$= 125 + \left(\frac{34 - 22}{20}\right) \times 20$$

$$= 125 + 12$$

$$= 137$$

CBEC

माध्य के लिए :

$a = 135, \Sigma f_i u_i = 7, \Sigma f_i = 68, h = 20$

माध्य / Mean $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

$= 135 + \left(\frac{7}{68}\right) \times 20$

$= 135 + \frac{140}{68}$

$= 135 + 2.058$

$= 137.058$

बहुलक के लिए :

सारणी से हमें ज्ञात होता है कि वर्ग 125 – 145 की बारंबारता सबसे अधिक है इसलिए बहुलक वर्ग 125 – 145 है

अत: $l = 125, f_0 = 13, f_1 = 20, f_2 = 14$ और $h = 20$

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 125 + \left(\frac{20-13}{2 \times 20 - 13 - 14}\right) \times 20$

$= 125 + \left(\frac{7}{40 - 27}\right) \times 20$

$= 125 + \frac{140}{13}$

$= 125 + 10.76$

$= 135.76$

माध्यक = 137, **माध्य** = 137.058 **और बहुलक** = 135.76

5 यदि नीचे दिए हुए बंटन का माध्यक 28.5 हो तो x और y के मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0 - 10	5
10 - 20	x
20 - 30	20
30 - 40	15
40 - 50	y
50 - 60	5
योग	60

वर्ग-अन्तराल	बारंबारता	संचयी बारंबारता
0 - 10	5	5
10 - 20	x	5 + x
20 - 30	20	25 + x
30 - 40	15	40 + x
40 - 50	y	40 + x + y
50 - 60	5	45 + x + y
योग	60	45 + x + y = 60

दिया है, माध्यक = 28.5,

अत: 28.5 वर्ग-अन्तराल 20 – 30 में शामिल है |

इसलिए, l = 20, f = 20, h = 10 और cf = 5 + x

N = 60,

अत: $\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$

माध्यक (Median) $= l + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$$28.5 = 20 + \left(\frac{30 - (5+x)}{20}\right) \times 10$$

$$28.5 = 20 + \left(\frac{30 - 5 - x)}{20}\right) \times 10$$

$$28.5 - 20 = \left(\frac{25 - x)}{2}\right)$$

$$8.5 = \left(\frac{25 - x)}{2}\right)$$

$17 = 25 - x$

$x = 25 - 17$

$x = 8$ ...... (1)

अब, $45 + x + y = 60$

अथवा $x + y = 60 - 45$

$x + y = 15$

$8 + y = 15$ समी० (1) से

$y = 15 - 8$

$y = 7$

$x = 8$, और $y = 7$

प्रश्नावली –10

प्रायिकता

1. यदि E कोई घटना हो, तब $P(E) + P(\overline{E})$ का मान होगा :

(a) 2 (b) 1 (c) –1 (d) कोई नहीं

2. किसी घटना की प्रायिकता नहीं होती है :

(a) 1 (b) 0.1 (c) –7 (d) 0.2

3. निश्चित घटना की प्रायिकता होती है :

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) कोई नहीं

4. निम्न में से किसी घटना की प्रायिकता नहीं होती है :

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) कोई नहीं

5. किसी घटना की प्रायिकता नहीं होती है :

(a) 0 (b) 1 (c) 0.2 (d) –1

6. निम्न में से कौन-सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती ?

(a) 2/3 (b) –15 (c) 15% (d) 0.7%

7. एक पासा फेंकने पर 3 पाने की प्रायिकता है :

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{6}$

8. एक पासा फेंकने पर एक अभाज्य संख्या पाने की प्रायिकता है :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

9. दो पासों को एक साथ फेंकने पर, दोनों पर समान संख्या पाने की प्रायिकता क्या होगी ?

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{2}{3}$

10. एक सिक्के को एक बार उछालने पर चित पाने की प्रायिकता क्या है ?

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) कोई नहीं

11. दो सिक्के उछालने में दो पट आने की प्रायिकता है .

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{4}$

12. 52 पत्तों की अच्छी तरह फेंटी गई गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है, तो एक इक्का प्राप्त होने की क्या प्रायिकता है ?

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{26}$ (c) $\frac{1}{13}$ (d) $\frac{4}{13}$

13. ताश के 52 पत्तों की अच्छी तरह फेंटी गई गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है, तो एक तस्वीर वाला प्राप्त होने की क्या प्रायिकता है ?

(a) $\frac{3}{13}$ (b) $\frac{3}{26}$ (c) $\frac{1}{26}$ (d) $\frac{4}{13}$

14. एक लॉटरी में 8 पुरस्कार हैं और 16 खाली हैं। एक पुरस्कार पाने की प्रायिकता क्या है ?

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	C	A	A	D	B	B	A	B	C	D	C	A	B

Q1. निम्नलिखित कथनों को पूरा कीजिए :

(i) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = ...है |

(ii) उस घटना कि प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती ....है | ऐसी घटना ....कहलाती है |

(iii) उस घटना कि प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है ....है | ऐसी घटना ....कहलाती है |

(iv) किसी प्रयोग कि सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग........है |

(v) किसी घटना की प्रायिकता........से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा.........से छोटी या उसके बराबर होती है |

(i) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = **1** है |

(ii) उस घटना कि प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती **0** है | ऐसी घटना **असंभव घटना** कहलाती है |

(iii) उस घटना कि प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है **1** है | ऐसी घटना **निश्चित घटना** कहलाती है |

(iv) किसी प्रयोग कि सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग **1** है |

(v) किसी घटना की प्रायिकता **0** से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा **1** से छोटी या उसके बराबर होती है

Q2. निम्नलिखित प्रयोगों में से किन-किन प्रयोगों के परिणाम समप्रायिक हैं ? स्पष्ट कीजिए |

(i) एक ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है | कार चलना प्रारंभ हो जाती है या कार चलना प्रारंभ नहीं होती है |

उत्तर : समप्रायिक है |

(ii) एक खिलाड़ी बास्केटबौल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है | वह बास्केट में बौल डाल पाती है या नहीं डाल पाती है |

उत्तर : समप्रायिक है |

(iii) एक सत्य - असत्य प्रश्न का अनुमान लगाया जाता है | उत्तर सही है या गलत होगा |

उत्तर : समप्रायिक है |

(iv) एक बच्चे का जन्म होता है | वह एक लड़का है या एक लड़की है |

उत्तर : समप्रायिक है |

Q3. फुटबौल के खेल को प्रांरभ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन सी टीम पहले बौल लेगी, इसके लिए सिक्का उछलना एक न्यायसंगत विधि क्यों माना जाता है ?

उत्तर : क्योंकि सिक्का उछालना एक समप्रायिक घटना है |

यदि P(E) = 0.05 है, तो 'E नहीं' कि प्रायिकता क्या है ?

हल : दिया है (E) = 0.05

हम जानते हैं कि P(E) + P(E) नहीं = 1

=> 0.05 + P(E) नहीं = 1

=> P(E) नहीं = 1 - 0.05

=> P(E) नहीं = 0.95 **उत्तर**

4 **यह दिया हुआ है कि 3 विधार्थियों के एक समूह में से 2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने कि प्रायिकता 0.9992 है | इसकी क्या प्रायिकता है कि इन 2 विधार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो ?**

हल : दिया है : P(E नहीं) = 0.9992

हम जानते है कि P(E) + P(E नहीं) = 1

अत: P(2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन हो) + P(2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही न दिन हो) = 1

=> P(2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन हो) + 0.9992 = 1

=> P(2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन हो) = 1 - 0.9992

=> P(2 विधार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन हो) = 0.008 उत्तर

5 **एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं | इस डिब्बे में से एक कंचा**

(i) लाल है ?

(ii) सफेद है ?

(iii) हरा नहीं है ?

हल :

(i) लाल है ?

डिब्बे कुल कंचों की संख्या = 5 + 8 + 4 = 17

लाल कंचों की संख्या = 5

$$\text{लाल कंचे आने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना की अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{घटना की कुल परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{5}{17}$$

(ii) सफेद है ?

सफ़ेद कंचों की संख्या = 8

$$\text{सफ़ेद कंचे आने की प्रायिकता} = \frac{\text{सफ़ेद कंचों की संख्या}}{\text{कुल कंचों की संख्या}}$$

$$= \frac{8}{17}$$

(iii) हरा नहीं है ?

हरे कंचों की संख्या = 4

$$\text{हरे कंचे आने की प्रायिकता} = \frac{\text{हरे कंचों की संख्या}}{\text{कुल कंचों की संख्या}}$$

$$= \frac{4}{17}$$

6	**एक पिग्गी बैंक (piggy bank) में, 50 पैसे के सौ सिक्के है, 1 रू के पचास सिक्के हैं, 2 रू के**

बीस सिक्के और 5 के 10 सिक्के हैं | यदि पिग्गी बैंक को हिलाकर उल्टा करने अपर कोई एक सिक्का गिराने के परिणाम समप्रायिक हैं, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गिरा हुआ सिक्का

(i) 50 पैसे का होगा ?

(ii) 5 रू का नहीं होगा ?

हल : 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 100

1 रुपये के सिक्के = 50

2 रुपये के सिक्के = 20

5 रुपये के सिक्के = 10

कुल सिक्कों की संख्या = 100 + 50 + 20 + 10 = 180

(i) 50 पैसे का होगा

सिक्का 50 पैसे का होगा की प्रायिकता = $\dfrac{\text{50 पैसे की सिक्कों की संख्या}}{\text{कुल सिक्कों की संख्या}}$

$$= \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

(ii) 5 रू का नहीं होगा ?

5 रुपये के सिक्के होने की प्रायिकता = $\dfrac{\text{5 रुपये की सिक्कों की संख्या}}{\text{कुल सिक्कों की संख्या}}$

$$= \frac{10}{180} = \frac{1}{18}$$

अब हम जानते है कि $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

अत: $\dfrac{1}{18} + P(\bar{E}) = 1$

$\Rightarrow P(\bar{E}) = 1 - \dfrac{1}{18}$

$\Rightarrow P(\bar{E}) = \dfrac{18-1}{18} = \dfrac{17}{18}$

5 रुपये के सीके नहीं होने की प्रायिकता = $\dfrac{17}{18}$

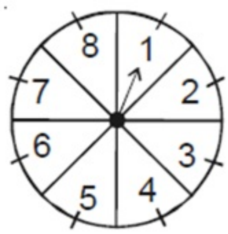
7 संयोग (chance) के एक खेल में, एक तीर को घुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1,2,3,4,5,6,7, और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है (देखिए आकृति 15.5) | यदि ये सभी परिणाम समप्रायिक हों तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह तीर इंगित

(i) 8 को करेगा ?

(ii) एक विषम संख्या को करेगा ?

(iii) 2 से बड़ी संख्या को करेगा ?

(iv) 9 से छोटी संख्या को करेगा ?



हल : कुल संख्या = 8

(i) 8 को करेगा ?

8 की संख्या = 1

$$8 \text{ आने की प्रायिकता} = \frac{8 \text{ की संख्या}}{\text{कुल संख्या}}$$

$$8 \text{ आने की प्रायिकता} = \frac{1}{8}$$

(ii) एक विषम संख्या को करेगा ?

विषम संख्याएँ : 1, 3, 5, 7

अत: कुल विषम संख्याएँ = 4

$$\text{विषम संख्या आने की प्रायिकता} = \frac{\text{कुल विषम संख्याएँ}}{\text{कुल संख्या}}$$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iii) 2 से बड़ी संख्या को करेगा ?

2 से बड़ी संख्या : 3, 4, 5, 6, 7, 8

2 से बड़ी संख्याओं की संख्या = 6

2 से बड़ी संख्या आने की प्रायिकता = $\frac{\text{2 से बड़ी संख्याओं की संख्या}}{\text{कुल संख्या}}$

$$= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(iv) 9 से छोटी संख्या को करेगा ?

9 से छोटी संख्या : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

9 से छोटी संख्याएँ = 9

9 से छोटी संख्या आने की प्रायिकता = $\frac{\text{9 से छोटी संख्याओं की संख्या}}{\text{कुल संख्या}}$

$$= = \frac{8}{8} = 1$$